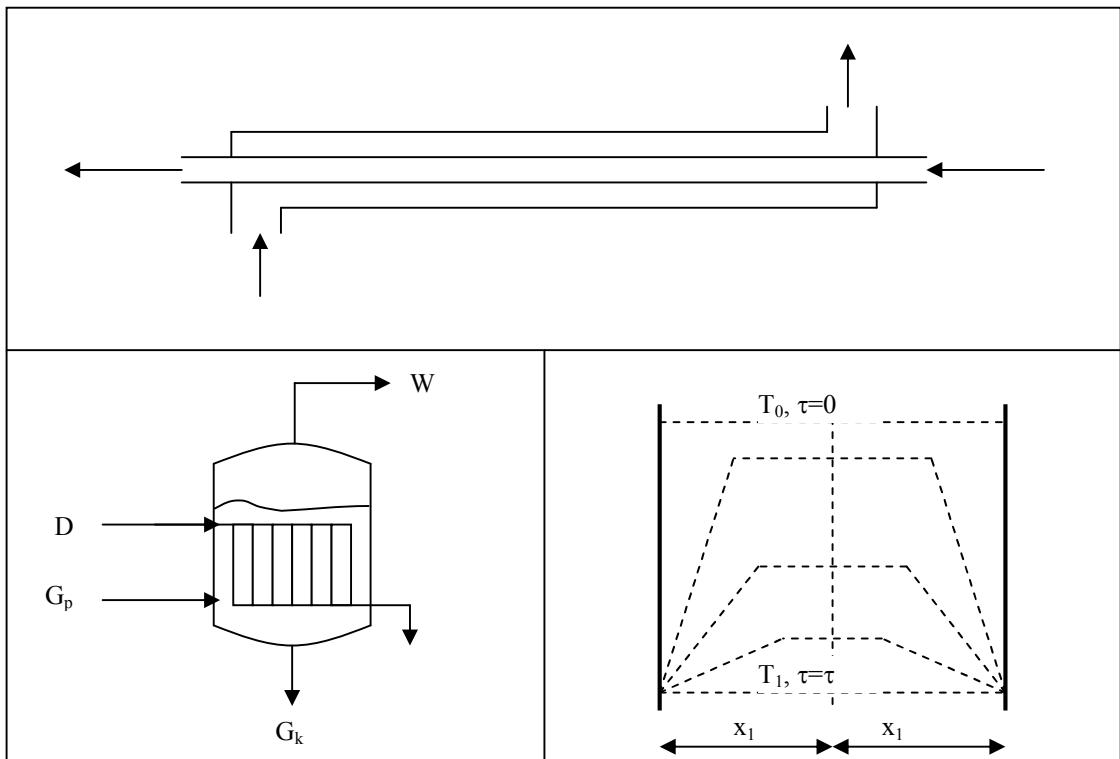


Željko Ciganović

TEHNOLOŠKE OPERACIJE 2

TOPLITNE OPERACIJE

ZBIRKA REŠENIH ISPITNIH ZADATAKA
SA IZVODIMA IZ TEORIJE



Beograd, 2002.

Sadr`aj

1. izvodi iz teorije

1.1. stacionarno kretanje toplove.....	1
1.2. nestacionarna kondukcija	14
1.3. razmenjiva-I toplove.....	19
1.4. ukuvavanje.....	31

2. re{eni zadaci

2.1. stacionarno kretanje toplove.....	37
2.2. nestacionarna kondukcija	82
2.3. razmenjiva-i toplove	115
2.4. ukuvavanje.....	169

3. prilog

3.1. dijagrami za efikasnost razmenjiva-a toplove	201
3.2. dijagrami za korekciju srednje logaritamske razlike temperatura	203
3.3. dijagrami za nestacionarnu kondukciju (Gurney-Luriea)	205

4. literatura

4.1. pregled kori{ene literature	208
--	-----

Predgovor

Ova zbirka zadataka nastala je kao plod vi{egodi{njeg rada autora sa studentima Univerziteta u Beogradu, koji u svom nastavnom planu imaju neki od predmeta: Tehnolo{ke operacije, Termodinamika ili Prenos toplove. Namenjena je studentima Univerziteta u Beogradu, i Univerziteta u Novom Sadu koji u svom nastavnom planu imaju predmet Tehnolo{ke opracije, ali mo`e korisno poslu`iti i ostalima koji pokazuju profesionalna i li~na interesovanja za ovu oblast.

Zadaci koji se pojavljuju u ovoj zbirci su jednim delom autorov izbor najuspelijih ispitnih zadataka u periodu 1990. do 2002. iz predmeta Tehnolo{ke operacije, Termodinamika i Prenos toplove. Drugim delom zadaci su preuzeti iz navedene literature ili su originalni zadaci autora ove zbirke zadataka. Zbirka sadr`i ukupno 111 zadataka, od kojih je 100 potpuno re{eno (90%), a 11 ostavljeno za samostalan rad studentima (10%). Za uspe{no savladavanje svih zadataka prethodno znanje iz srodnih predmeta (Termodinamika, Prenos toplove ..) je prednost. Vrednosti za sve termofizi~ke konstante kori{}ene u ovoj zbirci zadataka preuzete su iz literature (13).

Veruju{i u to da je krajnji cilj ovakve jedne zbirke zadataka da omogu{i studentima {to lak{e usvajanje manje ili vi{e slo`enih problema iz toplotnih operacija, autor se opredelio da pri izlaganju izvoda iz teorije koristi pisani jezik dostupan {irokom sloju studenata. Na taj na~in (svesno rizikuju{i mogu{i negativni stav dela akademске javnosti) autor poku{ava da prenese svoje sopstveno iskustvo u radu sa studentima na savladavanju pojedinih problema iz toplotnih operacija. Autor ne poku{ava da takav jedan sopstveni stav progla{si za jedini ispravan, ve} `eli da uka`e da postoje i neki drugi alternativni na~ini za ovladavanje gradivom.

Tokom svog `ivotnog veka ova zbirka zadataka }e (kao i sve druge) svakako pokazati i eventualne nedostatke. Autor je otvoren za sve dobronamerne savete i svaka sugestija koja ima za cilj pobolj{anje kvaliteta bi}e sa zadovoljstvom prihv}ena.

Na kraju autor se zahvaljuje svima onima koji su doprineli da ova zbirka zadataka danas izgleda ba{ ovako. Zahvaljujem se:

- brojnim studentima koji su kroz razgovore sa autorom ove zbirke ukazivali na mogu{i alternativne na~ine savladavanja slo`enih problema iz toplotnih operacija
- mati~nom kolektivu ""A.D. [tark" na ~elu sa generalnim direktorom, prof.dr.Vojislavom \or{evi}, na materijalnoj podr{ci
- svojoj porodici na strpljenju i svekolikoj podr{ci

zelko@eunet.yu

LITERATURA:

1. Geankopolis C.J. *Transport processes and unit operations*
Prentice Hall, Englewood Cliffs, New Jersey 1983.

2. Perry R.H. *Chemical Engineers Handbook. 5th ed*
McGraw-Hill, New York, 1973

3. Tasić A., Radosavljević *Zbirka zadataka iz toplotnih operacija*
Cvijović R., Zdanski F. Tehnološki metalurški fakultet, Beograd, 1984.

4. Tasić A. *Hemijsko tehnološki priručnik*, knjiga peta Hemijsko
inženjerstvo, "Rad, Beograd, 1987.

5. Bođjaković F. *Nauka o toplini*
Tehnička knjiga, Zagreb, 1984.

6. Milinović D., Voronjec D. *Termodinamika*
Građevinska knjiga, Beograd, 1988.

7. Vorević B., Valent V. *Termodynamika i termotekhnika*
[erbanović] S. Građevinska knjiga, Beograd, 1987

8. Stanić S. *Tehnologije operacije 2*
Tehnološki fakultet, Novi Sad, 1988.

9 Jaimović B., Genić S. *Toplotne operacije i aparati*
Mališki fakultet, Beograd 1992.

10. Jaimović B., Genić S. *Problemi iz toplotnih operacija i aparata*
Nađ M., Laza J. Mališki fakultet i SMEITS, Beograd 1996.

11. Milinović D., Vasiljević B. *Problemi iz prenošenja topline*
Vorović R. Mališki fakultet, Beograd 1991.

12. Cvijović S., Bođaković N. *Fenomeni prenosa*
Tehnološki metalurški fakultet, Beograd 2001

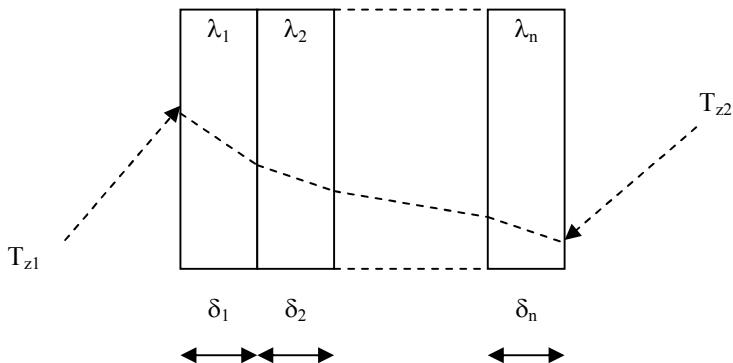
13. Kozić I., Vasiljević B. *Priručnik za termodinamiku*
Bekavac B. Mališki fakultet, Beograd 1999.

14. Ciganović @. *Tehnologije operacije 1, Mehaničke operacije*
Beograd 2001.

PROVO\ENJE TOPLOTE

Provojenje topline ili kondukcija je na~in kretanja topline koji je svojstven ~vrstim materijalima, iako se pojavljuje (ali sa zanemarljivim intenzitetom) i kod fluida. Karakteristika materijala koja govori o intenzitetu kretanja topline provojenjem kroz materijal naziva se koeficijent provojenja (λ). Ova veli~ina je konstantna i njene vrednosti za razne tehni~ke materijale mogu se na}i u termodinami~kim tablicama. Za ve}e temperaturske opsege ova veli~ina mo`e zavisiti od temperature materijala. Toplota se kondukcijuom kre}e sa povr{ine koja ima vi{u temperaturu (T_{z1}) ka povr{ini koja ima ni`u temperaturu (T_{z2}).

kondukcija kroz vi{eslojan ravan zid:



toplotni fluks (q) kroz ravan zid $\lambda=\text{const}$:

$$q = \frac{T_{z1} - T_{z2}}{\sum_{i=1}^{i=n} \left(\frac{\delta_i}{\lambda_i} \right)} \quad \left(\frac{W}{m^2} \right)$$

toplotni fluks (q) kroz ravan zid, $\lambda = f(T)$:

$$q = -\frac{1}{\delta} \cdot \int_{T_{z1}}^{T_{z2}} \lambda(T) \cdot dT \quad \left(\frac{W}{m^2} \right)$$

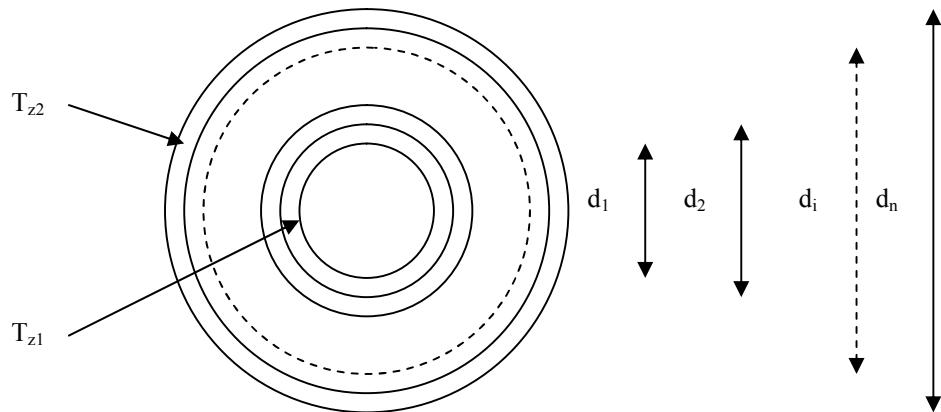
toplotni protok (\dot{Q}) kroz ravan zid:

$$\dot{Q} = q \cdot A \quad (W)$$

koli~ina topline (Q) kroz ravan zid:

$$Q = \dot{Q} \cdot \tau \quad (J)$$

kondukcija kroz vi{eslojan cilindri~an zid:



$$\text{topljeni fluks kroz cilindri~an zid, } \lambda=\text{const: } q = \frac{T_{z1} - T_{z2}}{\sum_{i=1}^{i=n} \left(\frac{1}{2\pi \cdot \lambda_i} \cdot \ln \frac{d_{i+1}}{d_i} \right)} \quad (\frac{W}{m})$$

$$\text{topljeni fluks kroz cilindri~an zid, } \lambda=f(T): \quad q = - \frac{2\pi}{\ln \frac{d_s}{d_u}} \cdot \int_{T_{z1}}^{T_{z2}} \lambda(T) \cdot dT \quad (\frac{W}{m})$$

$$\text{topljeni protok kroz cilindri~an zid:} \quad \dot{Q} = q \cdot L \quad (W)$$

$$\text{koli~ina toplote kroz cilindri~an zid:} \quad Q = \dot{Q} \cdot \tau \quad (J)$$

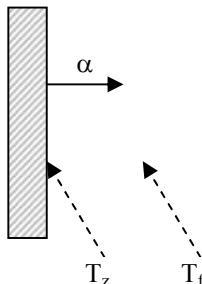
δ -	debljina zida	(m)
λ -	koeficijent provo enja topline	($\frac{W}{mK}$)
A —	povr{ina ravnog zida normalna na pravac kretanja topline	(m^2)
τ -	vreme trajanja proces kretanja topline	(s)
d_i —	pre~nik cilindra	(m)
d_s —	spolja{nji pre~nik cilindra	(m)
d_u —	unutra{nji pre~nik cilindra	(m)
L -	du`ina cilindra	(m)

PRELAZ TOPLOTE

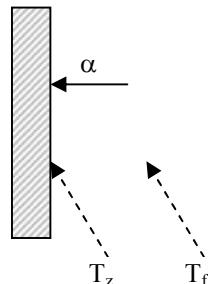
Prelaz topote ili konvekcija je na~in kretanja topote koji je karakteristi~an za razmenu topote izme|u grani~ne povr{ine ~vrste faze i fluida. Karakteristika kretanja topote na grani~noj povr{ini ~vrste faze i fluida naziva se koeficijent prelaza topote (α). Koeficijent prelaza topote (α) je slo`ena veli~ina i zavisi od mnogih faktora (temperature ~vrste povr{ine, geometrijskog oblika ~vrste povr{ine, orientacije ~vrste povr{ine u prostoru, temperature fluida, na~ina kretanja fluida). Topota se konvekcijom kre}e sa ~vrste povr{ine temperature (T_z) ka okolnom fluidu temperature (T_f) kada je $T_z > T_f$, a obrnuto sa okolnog fluida na ~vrstu povr{inu kada je $T_f > T_z$.

Konvekcija sa ravne povr{ine na fluid (i obrnuto):

$$T_z > T_f$$



$$T_z < T_f$$



topljeni fluks (q) sa ravnog zida na fluid:

$$q = \frac{T_z - T_f}{\frac{1}{\alpha}} \quad (\frac{W}{m^2})$$

topljeni protok (\dot{Q}) sa ravnog zida na fluid:

$$\dot{Q} = q \cdot A \quad (W)$$

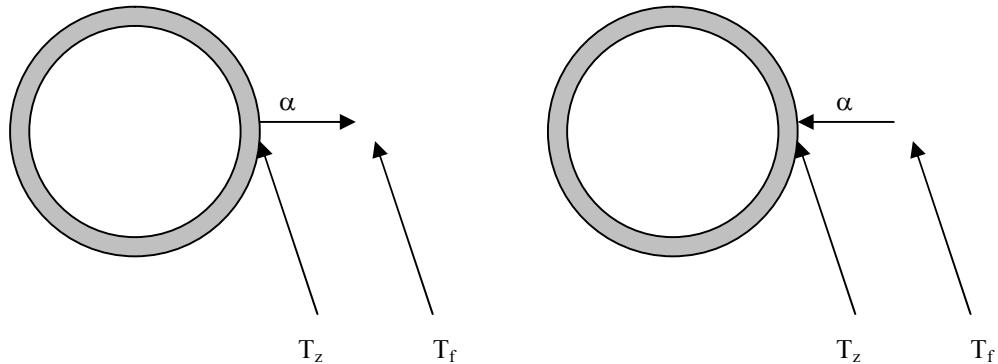
koli~ina topote (Q) sa ravnog zida na fluid:

$$Q = \dot{Q} \cdot \tau \quad (J)$$

A - povr{ina ravnog zida koja je u kontaktu sa fluidom (m^2)

napomena: Izrazi za toplotni fluks, toplotni protok i koli~ina topote koja se prelazom kre}e sa sferne povr{ine na okolni fluid (ili obrnuto) su isti kao odgovaraju}i izrazi za ravne povr{ine

Konvekcija sa cilindri~ne povr{ine na fluid (i obrnuto):



topljeni fluks (q) sa cilindri~ne povr{ine na okolni fluid:

$$q = \frac{T_z - T_f}{1} \cdot \frac{W}{d\pi \cdot \alpha} \quad (W/m)$$

topljeni protok (\dot{Q}) sa cilindri~ne povr{ine na okolni fluid: $\dot{Q} = q \cdot L$ (W)

koli~ina toplove (Q) sa cilindri~ne povr{ine na okolni fluid: $Q = \dot{Q} \cdot \tau$ (J)

L - du~ina cilindri~ne povr{ine
 d - pre~nik cilindri~ne povr{ine (m)
(m)

(ako se prelaz toplove de~ava na spolja~njoj povr{ini cilindra uzima se spolja~nji pre~nik cilindra, a ako se prelaz toplove de~ava na unutra~njoj povr{ini cilindra uzima se unutra~nji pre~nik cilindra)

Prelaz toplove pri promenljivoj temperaturi fluida:

Ako pri procesu razmene toplove izme|u ~vrste povr{ine i fluida dolazi do promene temperature fluida za pokreta~ku silu prelaza toplove (brojilac izraza za toplotni fluks) treba uzeti srednju logaritamsku razliku temperatura izme|u ~vrste povr{ine i fluida:

$$\Delta T_{sr} = \frac{\Delta T_{max} - \Delta T_{min}}{\ln \frac{\Delta T_{max}}{\Delta T_{min}}}$$

ΔT_{max} -- razlika temperatura fluida i ~vrste povr{ine na jednom kraju povr{ine (K, °C)

ΔT_{min} -- razlika temperatura fluida i ~vrste povr{ine na drugom kraju povr{ine (K, °C)

Određivanje koeficijenta prelaza topote (α) upotrebom kriterijalnih jednačina

prirodna konvekcija:

Pod prirodnom konvekcijom podrazumevamo kretanje topote sa ~vrste površine na okolini fluida (ili obrnuto) pri~emu se fluid nalazi u stanju prividnog mirovanja. To znači da kretanje fluida nije uslovljeno spolja{njom mehani~kom silom (pumpa, ventilator ...) ve} samo razlikom gustina (temperatura) slojeva fluida. Kriterijalna jednačina za ovaj slu~aj strujanja ima oblik: $Nu = f(Pr, Gr)$.

$$Nu_f = C \cdot (Gr_f \cdot Pr_f)^n \cdot \left(\frac{Pr_f}{Pr_z} \right)^{0.25}$$

Postupak određivanja koeficijenta prelaza topote (α) prikazan je u sledećih 6 koraka.

1. korak: određivanje termofizi~kih konstanti za fluid ($\lambda_f, \nu_f, \beta_f, \rho_f, \mu_f$)

U ovom koraku se u odgovarajućim termofizi~kim tablicama pro~itaju vrednosti termofizi~kih konstanti za fluid koji je u kontaktu sa ~vrstom površinom. Vrednosti se ~itaju iz termofizi~kih tablica za srednju temperaturu fluida. Vrednost kostante β_f za gasove se izra~unava iz jednačine

$$\beta_f = \frac{1}{T_f}.$$

2. korak: određivanje karakteristi~ne du~ine ~vrste površine (l_{ek})

	l_{ek}	opis karakteristi~ne du~ine
vertikalna cilindri~na površina	L	du~ina cevi
vertikalna ravna površina	h	visina zida
horizontalna cilindri~na površina	d	pre~nik cilindri~ne površine
horizontalna ravna površina	min (a, b)	manja od dve strane ravne površine

3. korak: određivanje potrebnih kriterijuma sli~nosti

$$Gr_f = \frac{\beta_f \cdot g \cdot l_{ek}^3 \cdot (T_z - T_f)}{\nu_f^2} \quad Pr_f = \frac{C_{pf} \cdot \mu_f}{\lambda_f} \quad Pr_z = \frac{C_{pz} \cdot \mu_z}{\lambda_z}$$

U izrazu za Pr_z termofizi~ke konstante (c_p, μ, λ) se određuju za temperaturu ~vrste površine (T_z). a u izrazu za Pr_f za temperaturu fluida (T_f).

4. korak : određivanje konstanti C i n iz kriterijalne jednačine za Nuselsov broj

	C	n	granice primene
horizontalna cev, sfera	0.5	0.25	$10^3 < Gr_f \cdot Pr_f < 10^8$
ravne ploče vertikalne cevi (prelaz topline sa spoljašnje strane cevi)	0.76	0.25	$10^3 < Gr_f \cdot Pr_f < 10^9$
	0.15	0.33	$10^9 < Gr_f \cdot Pr_f$
horizontalne ploče (razmena topline sa gornje strane ploče)	0.14	0.33	$2 \cdot 10^7 < Gr_f \cdot Pr_f < 3 \cdot 10^{10}$
	0.54	0.25	$2 \cdot 10^7 < Gr_f \cdot Pr_f < 3 \cdot 10^{10}$
horizontalne ploče (razmena topline sa donje strane ploče)	0.27	0.25	$1 \cdot 10^2 < Gr_f \cdot Pr_f < 1 \cdot 10^9$

5. korak: izračunavanje Nuselsovog broja

$$Nu_f = C \cdot (Gr_f \cdot Pr_f)^n \cdot \left(\frac{Pr_f}{Pr_z} \right)^{0.25}$$

6. korak: izračunavanje koeficijenta prelaza topline

$$\alpha = Nu_f \cdot \frac{\lambda_f}{l_{ek}}$$

prinudna konvekcija:

Pod prinudnom konvekcijom podrazumevamo kretanje topote sa ~vrste povr{ine na okolini fluid (ili obrnuto) pri ~emu se fluid nalazi u stanju makroskopskog kretanja. To zna~i da kretanje fluida nije uslovljeno samo razlikom gustina slojeva fluida ve} i spolja{njom mehani~kom silom (pumpa ventilator ...). Kriterijalna jedna~ina za ovaj slu~aj strujanja ima oblik: $Nu = f(Re, Pr, Gr)$ tj.

$$Nu_f = C \cdot Re_f^m \cdot Pr_f^n \cdot Gr_f^p \cdot \left(\frac{Pr_f}{Pr_z} \right)^{0.25}$$

Postupak odre|ivanja koeficijenta prelaza topote (α) prikazan je u slede}ih 6 koraka.

1. korak: odre|ivanje termofizi~kih konstanti za fluid ($\lambda_f, \nu_f, \beta_f, \rho_f, \mu_f$)

U ovom koraku se u odgovaraju}im termofizici~kim tablicama pro~itaju vrednosti termofizi~kih konstanti za fluid koji je u kontaktu sa ~vrstom povr{inom. Vrednosti se ~itaju za temperaturu fluida. Ako je temperatura fluida promenljiva onda se vrednosti ~itaju za srednju temperaturu fluida:

$$T_f = \frac{T_{f1} + T_{f2}}{2} \text{ (aritmeti~ka sredina po~etne i krajnje temperature fluida).}$$

Vrednost kostante β_f za gasove se izra~unava iz jedna~ine $\beta_f = \frac{1}{T_f}$.

2. korak: odre|ivanje karakteristi~ne du`ine ~vrste povr{ine (l_{ek})

Pri odre|ivanju karakteristi~ne du`ine ~vrste povr{ine kod prinudne konvekcije nije od zna~aja geometrijska orijentacija ~vrste povr{ine u prostoru (horizontalna ili vertikalna) ve} samo geometrijski oblik povr{ine (ravna, cilindri~na ili sferna povr{ina povr{ina)

	l_{ek}	opis karakteristi~ne du`ine
strujanje preko ravnih povr{ina (opstruvavanje ravnih povr{ina)	\rightarrow Γ	geometrijska dimenzija u pravcu strujanja (du`ina, {irina ili visina)
strujanje preko cilindri~ne povr{ine (opstruvavanje cilindri~ne povr{ine)	d_s	spolja{nji pre~nik cilindra
strujanje preko sferi~ne povr{ine (opstruvavanje sferi~ne povr{ine)	d	pre~nik sfere
strujanje kroz cevi ili kanale proizvoljnog popre~nog preseka	$l_{ek} = 4 \cdot \frac{A}{O}$	A - povr{ina popre~nog preseka cevi ili kanala kroz koji fluid struji O — obim od A, nezavisno od toga na kojem delu obima se ramenjuje toplota

određivanje karakteristike dužine za neke karakteristike službene strujanja kroz cevi ili kanale proizvoljnog poprečnog preseka:

1. strujanje kroz cev unutrašnjeg prenika d:

$$I_{ek} = 4 \cdot \frac{A}{O} = 4 \cdot \frac{\frac{d^2\pi}{4}}{\frac{D\pi + d\pi}{4}} = d \quad (\text{unutrašnji prenik cevi})$$

2. strujanje kroz anularni prostor (prostor između dve cevi)

$$I_{ek} = 4 \cdot \frac{A}{O} = 4 \cdot \frac{\frac{D^2\pi - d^2\pi}{4}}{\frac{D\pi + d\pi}{4}} = D - d$$

D -	unutrašnji prenik spoljašnje cevi	(m)
d -	spoljašnji prenik unutrašnje cevi	(m)

3. strujanje kroz među cevni prostor višecevnog razmenjivača toplove

$$I_{ek} = 4 \cdot \frac{A}{O} = 4 \cdot \frac{\frac{D^2\pi - n \cdot d^2\pi}{4}}{\frac{D\pi + n \cdot d\pi}{4}} = \frac{D^2 - n \cdot d^2}{D + n \cdot d}$$

4. strujanje kroz prav kanal pravougaonog poprečnog preseka stranica a i b

$$I_{ek} = 4 \cdot \frac{A}{O} = 4 \cdot \frac{a \cdot b}{2 \cdot (a + b)} = 2 \cdot \frac{a \cdot b}{a + b}$$

3. korak: određivanje potrebnih kriterijuma sličnosti

$$Gr_f = \frac{\beta_f \cdot g \cdot I_{ek}^3 \cdot (T_z - T_f)}{v_f^2} \qquad Re_f = \frac{\rho_f \cdot w \cdot I_{ek}}{\mu_f}$$

$$Pr_f = \frac{c_{pf} \cdot \mu_f}{\lambda_f} \qquad Pr_z = \frac{c_{pz} \cdot \mu_z}{\lambda_z}$$

U izrazu za Pr_z termofizičke konstante (c_p , μ , λ) se određuju za temperaturu vrste površine (T_z). a u izrazu za Pr_f za srednju temperaturu fluida (T_f).

4. korak određivanje konstanti C, m,n i p iz kriterijalne jednačine za Nu_f

Vrednosti konstanti C, m,n i p zavise od rečima strujanja i imaju sledeće vrednosti za slučaj strujanja kroz cevi ili kanale proizvoljnog poprečnog preseka:

	C	m	n	p	granica primene
laminarno strujanje					$Re_f < 2300$
viskozno gravitacioni rečim	0.15.	0.33	0.43	0.1	$8 \cdot 10^5 < Gr_f Pr_f$
viskozni rečim	0.15	0.33	0.43	0	$Gr_f Pr_f < 8 \cdot 10^5$
preobraženo strujanje	K_o	0	0.43	0	$2.3 \cdot 10^3 < Re_f < 1 \cdot 10^4$
turbulentno strujanje	0.021	0.8	0.43	0	$1 \cdot 10^4 < Re_f < 5 \cdot 10^6$

laminarni rečim strujanja:

Dobijeni rezultat za koeficijent prelaza topline (α) (6. korak) mora se kod kratkih cevi ($L/l_K < 50$) korigovati množenjem sa faktorom ε_L prema sledećoj tabeli:

L/l_K	1	2	5	10	15	20	30	40	50
ε_L	1.9	1.7	1.44	1.28	1.18	1.13	1.05	1.02	1

preobraženi rečim strujanja:

$Re \cdot 10^{-3}$	2.1	2.3	2.5	3.0	3.5	4.0	5.0	6.0	7.0	8.0	9.0	10.0
K_o	1.9	3.3	4.4	6	10	12.2	15.5	19.5	24	27	30	33

turbulentni rečim strujanja:

Dobijeni rezultat za koeficijent prelaza topline (α) (6. korak) mora se kod kratkih cevi ($L/l_K < 50$) korigovati množenjem sa faktorom ε_L prema sledećoj tabeli:

$Re \downarrow$	L/l_{ek}								
	1	2	5	10	15	20	30	40	50
$1 \cdot 10^4$	1.65	1.50	1.34	1.23	1.17	1.13	1.07	1.03	1
$2 \cdot 10^4$	1.51	1.40	1.27	1.18	1.13	1.10	1.05	1.02	1
$5 \cdot 10^4$	1.34	1.27	1.18	1.13	1.10	1.08	1.04	1.02	1
$1 \cdot 10^5$	1.28	1.22	1.15	1.10	1.08	1.06	1.03	1.02	1
$1 \cdot 10^6$	1.14	1.11	1.08	1.05	1.04	1.03	1.02	1.01	1

Vrednosti konstanti C, m,n i p zavise od rečima strujanja i imaju sledeće vrednosti za slučaj poprečnog strujanja (pod pravim uglom) preko cevi:

	C	m	n	p	granica primene
filmski re`im strujanja	0.76	0.40	0.37	0	$1 < Re_f < 40$
laminarni re`im strujanje	0.52	0.50	0.37	0	$40 < Re_f < 400$
prelazni re`im strujanja	0.26	0.60	0.37	0	$1 \cdot 10^3 < Re_f < 2 \cdot 10^5$
turbulentni re`im strujanja	0.023	0.80	0.40	0	$2 \cdot 10^5 < Re_f < 2 \cdot 10^7$

5. korak izra~unavanje Nuseltovog broja

$$Nu_f = C \cdot Re_f^m \cdot Pr_f^n \cdot Gr_f^p \cdot \left(\frac{Pr_f}{Pr_z} \right)^{0.25}$$

6. korak:izra~unavanje koeficijenta prelaza toplove

$$\alpha = Nu_f \cdot \frac{\lambda_f}{l_{ek}}$$

napomena: Za slu~aj opstrujavanja sfernih povr~ina (kugla) kriterijalna jedna~ina ima oblik: $Nu_f = 2 + 0.6 \cdot Re^{0.5} \cdot Pr^{0.33}$, za $1 < Re_f < 7 \cdot 10^4$.

Za razmenu toplove u sudovima sa me~alicama kriterijalna jedna~ina ima jedan od slede}ih oblika:

Sudovi u kojima grejni fluid proti~e kroz duple zidove (duplicatori):

$$Nu_f = 0.36 \cdot Re_f^{0.67} \cdot Pr_f^{0.33}, \text{ za } 10 < Re_f < 1 \cdot 10^5$$

Sudovi u kojima grejni fluid proti~e kroz grejnu spiralu

$$Nu_f = 0.63 \cdot Re_f^{0.5} \cdot Pr_f^{0.33}, \text{ za } 8 < Re_f < 1 \cdot 10^5$$

U oba navedena slu~aja sudova sa me~alicom Nu_f i Re_f defini~uju na

$$\text{na~in: } Nu_f = \frac{\alpha \cdot D}{\lambda_f} \quad Re = \frac{\rho_f \cdot n \cdot d^2}{\mu_f}, \text{ pri ~emu je } D \text{ unutra~nji}$$

pre~nik suda, d pre~nik me~alice a n broj obrtaja me~alice.

prelaz toplote pri stacionarnom procesu filmske kondenzacije:

na~in oticanja kondenzata i geometrijska orientacija ~vrste povr{ine	C	karakteristi~na du~ina	oznake i napomene
vertikalna povr{ina stogo laminarno oticanje kondenzata $\left(\frac{Nu_f}{K \cdot Pr} < 1 \right)$	0.943	ukupna visina	Galileov kriterijum, Ga $Ga = \frac{g \cdot l_{ek}^3}{\nu}$ Prandllov kriterijum, Pr $Pr = \frac{c_p \cdot \mu}{\lambda}$ Kriterijum promene faze, K $K = \frac{r}{c_p \cdot (T_k - T_z)}$
laminarno valovitio oticanje kondenzata $\left(\frac{Nu_f}{K \cdot Pr} > 1 \right)$	1.13		
horizontalna cev	0.728	spolja~nji pre~nik	navedeni izrazi va`e za: $K > 5, 1 \leq Pr \leq 100$

$$Nu = C \cdot (Ga \cdot Pr \cdot K)^{0.25}$$

$$\alpha = Nu_f \cdot \frac{\lambda_f}{l_{ek}}$$

napomena:

Fizi~ki parametri filma kondenzata (ρ, λ, ν, c_p) odnose se na srednju temperaturu kondenzata i ~vrste povr{ine: $T = \frac{T_k + T_z}{2}$, a toplota kondenzacije pare (r) se odre|uje za temperaturu kondenzacije pare T_k

ZRA~ENJE TOPLOTE (samo za ~vrsta tela)

Zra~enje toplote je beskontaktna razmena toplote izme|u toplijeg i hladnijeg tela. Mehanizam kretanja toplote zra~enjem pokorava se zakonima kretanja talasa. Pri razmeni toplote zra~enjem oba tela (i toplije i hladnije) emituju talase odre|ene talasne du`ine koji imaju toplotnu mo}. Rezultuju}a energija zra~enja usmerena je od toplijeg ka hladnjem telu.

Na~in izra~unavanja rezultuju}e energije zra~enja izme|u toplijeg i hladnijeg tela bi}e prikazan za dva karakteristi~na geometrijska slu~aja:

- povr{ina tela 1 je sa svih strana obuhvata}ena povr{inom tela 2
- povr{ine tela 1 i tela 2 su ekvidistantne (paralelne)

rezultuju}e zra~enje sa ravne povr{ine:

$$\text{topljeni fluks (q_z)} : q_z = \frac{\left(\frac{T_1}{100}\right)^4 - \left(\frac{T_2}{100}\right)^4}{\frac{1}{C_{12}}} \quad \left(\frac{W}{m^2 K}\right)$$

$$\text{topljeni protok (\dot{Q})} : \dot{Q} = q_z \cdot A_{min} \quad (W)$$

$$\text{koli~ina toplote (Q)} : Q = \dot{Q} \cdot \tau \quad (J)$$

A_{min} - manja od povr{ina (povr{ina tela 1 ili tela 2) } (m²)

C_{12} - konstanta uzajamnog zra~enja tela 1 i tela 2 $\left(\frac{W}{m^2 K^4}\right)$

$$C_{12} = C_c \cdot \varepsilon_{12}$$

$$C_c - \text{konstanta zra~enja apsolutno crnog tela} \quad (C_c = 5.67 \frac{W}{m^2 K^4})$$

$$\varepsilon_{12} = \frac{1}{\frac{1}{\varepsilon_1} + \frac{A_{min}}{A_{max}} \cdot \left(\frac{1}{\varepsilon_2} - 1 \right)}$$

$\varepsilon_1, \varepsilon_2$ - koeficijenti emisije tela sa manjom i ve}om povr{inom

T_1, T_2 - temperature toplijeg i hladnijeg tela (K)

A_{max} - ve}a od povr{ina (povr{ina tela 1 ili tela 2) } (m²)

rezultuju}e zra~enje sa cilindri~ne povr{ine:

$$q_z = \frac{\left(\frac{T_1}{100}\right)^4 - \left(\frac{T_2}{100}\right)^4}{\frac{1}{d \cdot \pi \cdot C_{12}}} \quad (\frac{W}{mK})$$

$$\text{topljeni protok } (\dot{Q}) \quad \dot{Q} = q_z \cdot L \quad (W)$$

$$\text{koli\~ina toplo\~te } (Q): \quad Q = \dot{Q} \cdot \tau \quad (J)$$

L - du`ina cilindri~ne povr{ine (m)
d - pre~nik cilindri~ne povr{ine (m)

tabelarni prikaz pokreta~kih sila i toplotnih otpora pri kretanju topline

	provojenje toplotne	prelaz toplotne	zrajenje toplotne
toplotni fluks q	pokreta~ka sila		
	otpor kretanja toplotne		
pokreta~ka sila	$T_{z1} - T_{z2}$	$T_z - T_f$	$\left(\frac{T_1}{100}\right)^4 - \left(\frac{T_2}{100}\right)^4$
	ravan zid	cev	ravan zid
otpor kretanja toplotne	$\frac{\delta}{\lambda}$	$\frac{1}{2\pi \cdot \lambda} \ln \frac{d_s}{d_u}$	$\frac{1}{\alpha}$
toplotni protok \dot{Q}	$q \cdot A$	$q \cdot L$	$q \cdot A$
koli~ina toplotne Q	$\dot{Q} \cdot \tau$	$\dot{Q} \cdot \tau$	$\dot{Q} \cdot \tau$

NESTACIONARNA KONDUKCIJA (NESTACIONARNO PROVO\ENJE TOPLOTE)

Ako je, pri provo\enju topote kroz neko telo, temperatura funkcija prostornih koordinata (x, y, z) i vremena (τ), tada se kondukcija odvija pri nestacionarnim uslovima. Po to je toplotni protok direktno srazmeran gradijentu temperature, u telu } e tada do} i do pojave nestacionarnog toplotnog protoka. Kao rezultat ove pojave dolazi do akumulacije topote (pozitivna ili negativna), pa se telo tokom vremena greje, odnosno hlađi. U takvim slu~ajevima temperaturno polje opisuje

se relacijom:

$$\frac{\partial T}{\partial \tau} = a \cdot \left(\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} \right) \quad (1) \text{ za trodimenzionu}$$

kondukciju

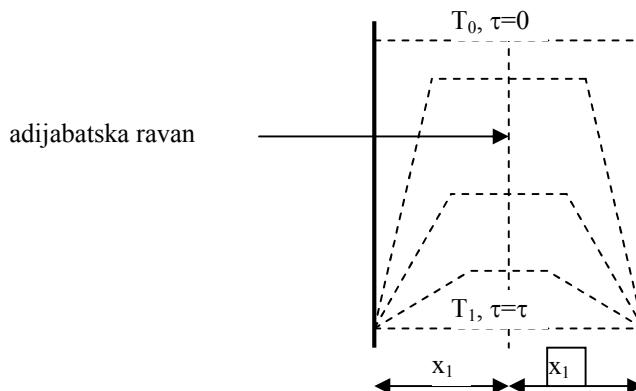
$$\frac{\partial T}{\partial \tau} = a \cdot \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} \quad (2) \text{ za jednodimenzionu kondukciju}$$

$$a = \frac{\lambda}{\rho \cdot c_p} \quad \text{toplotna difuzivnost } \left(\frac{m^2}{s} \right) \sim \text{vrstog tela.}$$

Re\vavanje problema nestacionarne kondukcije se svodi na uspostavljanje odgovaraju}e diferencijalne jedna\vine i njenu integraciju za poznate po\vete i grani\vne uslove, da bi se dobila funkcionalna zavisnost temperature od vremena i polo\vaja. Ova zavisnost omogu}ava odre\vivanje odgovaraju}ih toplotnih protoka. Najve}i problem pri re\vavanju predstavlja integracija diferencijalne jedna\vine nestacionarne kondukcije. Ona se izvodi primenom analiti\vkih, numeri\vkih i grafi\vkih metoda.

Analiti\vka metoda:

Iako samo ova metoda daje egzaktne rezultate, ona je \esto neprimenljiva zbog nedovoljne razvijenosti rigoroznog matemati\vko-aparata, koji je potrebno koristiti u toku njene upotrebe. Kao primer upotrebe analiti\vke metode bi}e analiziran ravan beskona\van zid sa zanemarljivim toplotnim otporom na grani\vnoj povr\vini.



Op{te re{enje diferencijalne jedna~ine jednodimenzione nestacionarne kondukcije (2) u ovom slu~aju ima oblik:

$$Y = \sum_{i=1}^{\infty} \frac{-2 \cdot (-1)^i}{(2i-1) \cdot \frac{\pi}{2}} \cdot \cos\left[\left(\frac{2i-1}{2}\right) \cdot \pi \cdot n\right] \cdot \exp\left[-(2i-1)^2 \cdot \left(\frac{\pi}{2}\right)^2 \cdot X\right]$$

Za $X \geq 3$ (bezdimenziono vreme) zadovoljavaju}a ta~nost posti`e se kori{}enjem samo prvog ~lana stepenog reda ($i=1$):

$$Y = \frac{4}{\pi} \cdot \cos\left[\frac{\pi}{2} \cdot n\right] \cdot \exp\left[-\left(\frac{\pi}{2}\right)^2 \cdot X\right] \quad \text{tj:} \quad Y = f(X, n) \quad \text{gde je:}$$

$$1. \quad Y = \frac{T_1 - T}{T_1 - T_0} \quad \text{bezdimenziona temperatura}$$

$$2. \quad X = \frac{\tau \cdot a}{x_1^2} \quad \text{bezdimenziono vreme}$$

$$3. \quad n = \frac{x}{x_1} \quad \text{bezdimenziono rastojanje}$$

T_0 - temperaturna ~vrstog tela u trenutku $\tau=0$

T - temperaturna ~vrstog tela na rastojanju x od adijabatske ravni nakon vremena $\tau=\tau$

T_1 - temperaturna okoline

x - rastojanje od adijabatske ravni u posmatranom trenutku vremena

x_1 - karakteristi~na geometrijska veli~ina (udaljenost adijabatske ravni od povr{ine na kojoj se razmenjuje toplota)

$$\text{za beskona~nu plo~u:} \quad x_1 = \frac{\delta}{2}, \quad \text{gde je } \delta \text{ debljina plo~e}$$

$$\text{za beskona~an cilindar:} \quad x_1 = \frac{d}{2}, \quad \text{gde je } d \text{ pre~nik cilindra}$$

$$\text{za sferu:} \quad x_1 = \frac{d}{2}, \quad \text{gde je } d \text{ pre~nik sfere}$$

U slu~aju kada se toplotni otpor na grani~noj povr{ini ne mo`e zanemariti (to je mnogo realnije) jedna~ina temperaturnog profila ima oblik: $Y=f(X, n, m)$ gde je:

$$4. \quad m = \frac{\lambda}{\alpha \cdot x_1} \quad \text{bezdimenzioni otpor}$$

$$\lambda - \text{koeficijent toplotne provodnosti materijala} \quad \left(\frac{W}{mK}\right)$$

$$\alpha - \text{koeficijen prelaza toplote na grani~noj povr{ini fluid-telo} } \quad \left(\frac{W}{m^2K}\right)$$

Analiti~ko re{enje jena~ine temperaturnog profila $Y=f(X, n, m)$, dato je u prilogu u vidu Gurney-Luriea dijagrama za beskona~nu ravnu plo~u, beskona~an cilindar i sferu.

Numeri~ka metoda:

Ova metoda }e biti ilustrovana na primeru jednodimenzione kondukcije kroz beskona~nu ravnu plo~u kada se toplotni otpori na grani~nim povr{inama mogu zanemariti (npr. potopimo ravnu plo~u uniformne temperature T u fluid stalne temperature T_f). Jedna~ina toplotnog profila za ovaj slu~aj glasi:

$$T_i^{\tau+\Delta\tau} = \frac{T_{i-1}^\tau + T_{i+1}^\tau - (M-2)T_i^\tau}{M}$$

$T_i^{\tau+\Delta\tau}$ - temperatuta preseka (i) nakon vremena $\Delta\tau$ (K, °C)

T_i^τ - temperatuta preseka (i) u posmatranom trenutku vremena, τ (K, °C)

T_{i-1}^τ - temperatuta preseka (i-1) u posmatranom trenutku vremena, τ (K, °C)

T_{i+1}^τ - temperatuta preseka (i+1) u posmatranom trenutku vremena, τ (K, °C)

$$M = \frac{(\Delta x)^2}{a \cdot \Delta\tau} \quad \text{- bezdimenzioni modul } (M \geq 2)$$

Jedna~ina temperaturnog profila omogu}ava da se na osnovu poznate temperature u bilo koja tri susedna preseka (i-1), (i) i (i+1) u nekom trenutku vremena (τ), izra~una temperatuta preseka (i) nakon isteka vremena ($\Delta\tau$), tj. u trenutku ($\tau+\Delta\tau$), pri ~emu se $\Delta\tau$ odredi iz izraza za

bezdimenzioni modul M, a na osnovu unapred usvojene vrednosti modula M, tj. $\Delta\tau = \frac{(\Delta x)^2}{a \cdot M}$.

Osnova procedura koju treba sprovesti sastoji se u slede}em:

- rvana plo~a, debljine δ , se podeli na intervale du`ine Δx (minimalan broj takvih intervala treba da bude 6 tj. $\Delta x = \frac{\delta}{6}$)
- defin{u se temperature svih 7 preseka u trenutku vremena $\tau=0$, pri tome se za temperature grani~nih povr{ina (preseci 1 i 7) usvaja

$$T_1 = T_7 = T \quad (\text{za } M \geq 3)$$

$$T_1 = T_7 = \frac{T_f + T}{2} \quad (\text{za } M = 2)$$

dok se za temperature preseka 2-6 usvaja $T_2=T_3=\dots=T_6=T$

- izra~unavaju se temperature presaka 1-7 nakon vremena $\Delta\tau$, pri tome se za temperature grani~nih povr{ina (preseci 1 i 7) usvaja $T_1=T_7=T_f$ dok se temperature preseka 2-6

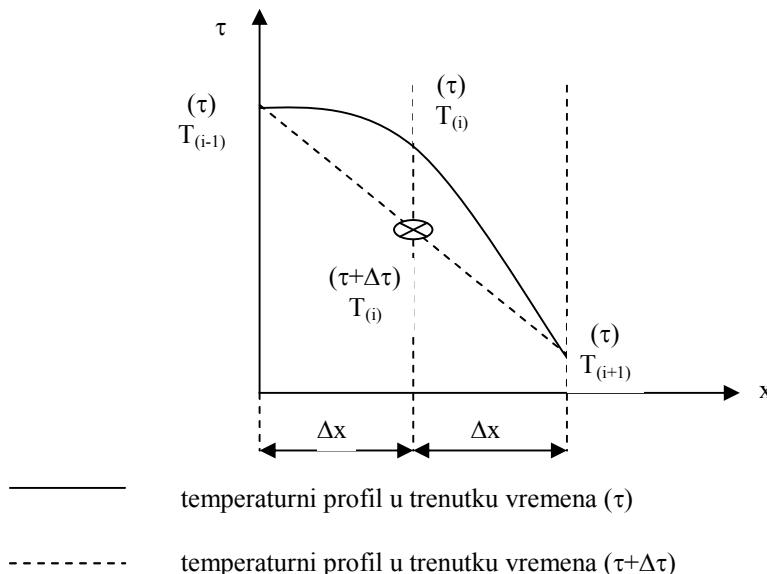
odrede na osnovu jedna~ine temperaturnog profila $T_i^{\tau+\Delta\tau} = \frac{T_{i-1}^\tau + T_{i+1}^\tau - (M-2)T_i^\tau}{M}$

- prethodni korak se ponavlja n puta, pri ~emu se n odredi iz jedna~ine $n = \frac{\tau}{\Delta\tau}$, gde je τ vreme trajanja procesa nestacionarne kondukcije

Grafi~ka (Schmidt-ova) metoda:

Ova metoda se primenjuje samo za ravne plo~e i to u slu~aju kada je otpor kretanju toplote na grani~nim povr{inama mali. Metoda se zasniva na primeni jedna~ine temperaturnog profila koji se koristi u numeri~koj metodi uz izbor vrednosti za bezidimenzioni modul M=2 tj.

$T_i^{\tau+\Delta\tau} = \frac{T_{i-1}^{\tau} + T_{i+1}^{\tau}}{2}$. To zna~i da je, po ovoj metodi, temperatura preska (i) u trenutku vremena ($\tau+\Delta\tau$) jednaka srednjoj aritmeti~koj vrednosti temperatura susednih preseka (i-1) i (i+1) (slika) u trenutku vremena (τ).



Da bi se mogla primeniti Schmidt-ova metoda, neophodno je poznavati profil temperature u po~etnom trenutku. Procedura za odre|ivanje temperaturnog profila u po~etnom trenutku je identi~na kao u ve} opisanoj numeri~koj metodi. Za Schmidt-ovu metodu se zapravo mo`e re}i da ona predstavlja grafi~ki prikaz numeri~ke metode.

napomena: Schmidt-ova grafi~ka metoda se uz odre|ene modifikacije mo`e primenjivati i u slu~ajevima kada otpor kretanju toplote na grani~noj povr{ini nije zanemarljiv, ali je taj postupak izvan okvira ove knjige.

Tela kod kojih je otpor provo|enju toplotne zanemarljiv (m>10):

U ovom slu~aju toplotni otpor provo|enju toplotne kroz telo je zanemarljivo mali u odnosu na toplotni otpor prelazu toplotne na grani~noj povr{ini fluida-telo (re{eni zadaci 2.1. — 2.3.). Zbog toga u ovom slu~aju smatramo da je temperatura tela u izabranom vremenskom trenutku uniformna po celoj zapremini tela. Jedna~ina koja opisuje razmenu toplotne u ovom slu~aju glasi:

$$\alpha \cdot A \cdot (T_f - T) \cdot d\tau = \rho \cdot V \cdot c \cdot dT \quad (\text{diferencijalni oblik})$$

$$\frac{\alpha \cdot A}{\rho \cdot V \cdot c} \cdot \int_0^\tau d\tau = \int_{T_1}^{T_2} \frac{dT}{(T_f - T)} \quad (\text{integralni oblik})$$

$$\frac{\alpha \cdot A}{\rho \cdot V \cdot c} \cdot \tau = \ln \frac{T_1 - T_f}{T_2 - T_f} \quad (\text{re{enje diferencijalne jedna~ine})$$

α - koeficijent prelaza toplotne na grani~noj povr{ini fluida tela ($\frac{W}{m^2 K}$)

ρ - gustina tela ($\frac{kg}{m^3}$)

c - specifi~na toplota tela ($\frac{J}{kgK}$)

A — povr{ina tela u kontaktu sa fluidom (m^2)

V — zapremina tela (m^3)

τ - vreme trajanja procesa razmene toplotne (s)

T_f - temperaturna fluida ($K, {}^{\circ}C$)

T_1 — temperaturna tela na po~etku procesa razmene toplotne ($K, {}^{\circ}C$)

T_2 — temperaturna tela na kraju procesa razmene toplotne ($K, {}^{\circ}C$)

RAZMENJIVA^I TOPLOTE

Razmenjiva~I topote su ure|aji ~ija je osnovna namena razmena topote izme|u dva (ili vi{e) fluida. Fluid koji ima vi{u ulaznu temperaturu zovemo toplji fluid (TF), a fluid koji ima ni`u ulaznu temperaturu zovemo hladniji fluid (HF). Razmenjiva~i topote se prema na~inu razmene topote mogu podeliti na:

- razmenjiva~e topote sa direktnim (neposrednim) kontaktom fluida
- razmenjiva~e topote sa indirektnim (posrednim) kontaktom fluida

Razmenjiva~i topote sa direktnim (neposrednim) kontaktom fluida:

Osnovna karakteristika ovog tipa razmenjiva~a topote je uspostavljanje toplotne ravnote e izme|u toplijeg i hladnijeg fluida na kraju procesa razmene topote. Ovakvi razmenjiva~i se naj~e{}e koriste za zagrevanje vode vodenom parom i za razmenu topote izme|u fluida koji se nakon razmene topote mogu lako razdvojiti (ulje i voda).

Osnovna jedna~ina topotnog bilansa za ovaj tip razmenjiva~a topote glasi:

$$Q_{tf} + Q_d = Q_{hf} + Q_g$$

Q_{tf} - koli~ina topote koju oslobodi toplji fluid

$(Q_{tf} = -\Delta H_{tf})$ (kJ)

Q_{hf} - koli~ina topote koju primi hladniji fluid

$(Q_{hf} = +\Delta H_{hf})$ (kJ)

Q_d - - topotni dobici razmenjiva~a topote iz okoline

(kJ)

Q_g - - topotni gubici razmenjiva~a topote ka okolini

(kJ)

ΔH_{tf} - - promena entalpije toplijeg fluida

(kJ)

ΔH_{hf} - - promena entalpije hladnijeg fluida

(kJ)

napomena: Topotni dobici iz okoline i topotni gubici ka okolini su ne`eljeni efekat. U prakti~nim primerima se zanemaruju osim ako se posebno ne naglase kroz tekst zadatka.

Razmenjiva~i topote sa indirektnim (posrednim) kontaktom fluida:

Kod razmenjiva~a topote sa indirektnim kontaktom (rekuperatori) dva fluida, koja istovremeno struje, su razdvojena tankim zidom (naj~e{}e metalan zid ili metalna plo~a).

Razmena topote izme|u toplijeg i hladnijeg fluida vr{i se prola~enjem topote koje uklju~uje:

- prelaz topote sa toplijeg fluida na povr{inu za topotnu razmenu
- provo|enje topote kroz povr{inu za topotnu razmenu
- prelaz topote izme|u povr{ine za topotnu razmenu i hladnijeg fluida

Po obliku povr{ine za topotnu razmenu mogu se podeiti na cevne i plo~aste

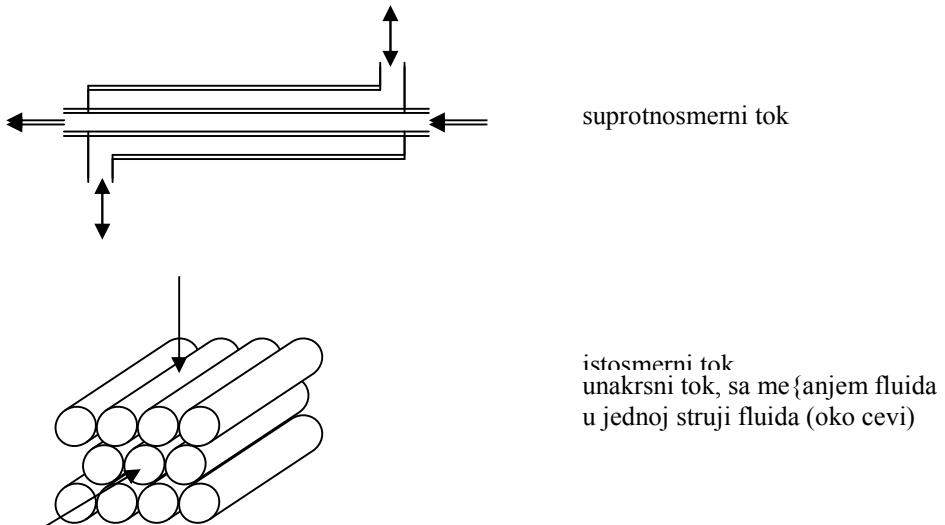
Prema na~inu proticanja fluida kroz razmenjiva~e toplove razmenjiva~e delimo na:

- razmenjiva~e toplove sa jednim prolazom fluida
- razmenjiva~e toplove sa vi{e prolaza fluida

Razmenjiva~e toplove sa jednim prolazom fluida:

Kod ovakvih razmenjiva~a toplove oba fluida proti~u kroz aparat u jednom prolazu. Pri tome su mogu}i slede}i tokovi fluida:

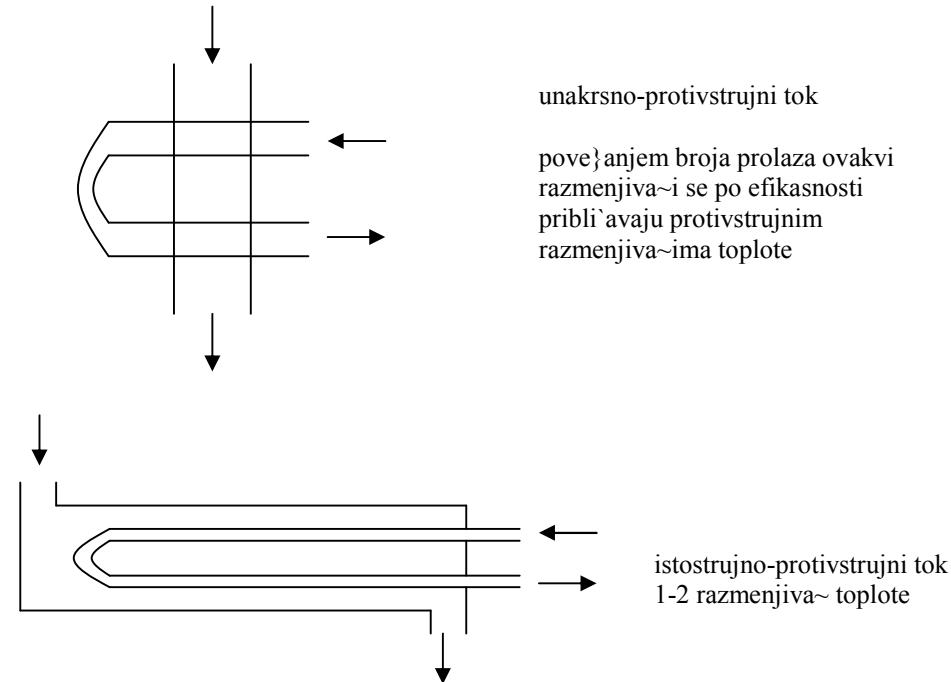
- suprotnosmerni (protivstrujni) tok
- istosmerni (paralelan) tok
- unakrsni tok



Razmenjiva~i toplote sa vi{e prolaza fluida:

Kako bi se ostvarila {to je mogu}e ve}a razmena topline u {to je mogu}e manjem razmenjiva~u topline koristi se konstrukcijska mogu}nost za vi{e prolaza jednog ili oba fluida kroz razmenjiva~topline. Pri tome su mogu}i slede}i tokovi fluida:

- unakrsno-protivstrujni tok
- istostrujno-protivstrujni tok



Istostrujno-protiv strujni tok karakteri{e razmenjiva~e topline sa cevnim snopom i omota~em. Pri tome jedan ili oba fluida mogu imati vi{e prolaza kroz aparat. Ovakvi razmenjiva~i se obi~no ozna~avaju kao m-n razmenjiva~i topline, pri ~emu m predstavlja broj prolaza fluida kroz omota~a n broj prolaza fluida kroz cev. Pove}avanjem broja prolaza kroz razmenjiva~ topline efikasnost ovakvih razmenjiva~a topline se pribli`ava efikasnosti protivstrujnih razmenjiva~a topline. Pri tome pove}anje broja prolaza fluida kroz cevi vi{e doprinosi pove}anju efikasnosti nego pove}anje broja prolaza fluida kroz omota~.

Toplotni bilans razmenjiva~a toplotne sa indirektnim kontaktom :

$$\dot{Q}_{raz} = -\Delta H_{tf} = \Delta H_{hf}$$

$$\dot{Q}_{raz} = -\dot{m}_{tf} \cdot (h_{tf}^{izlaz} - h_{tf}^{ulaz}) = \dot{m}_{hf} \cdot (h_{hf}^{izlaz} - h_{hf}^{ulaz})$$

$$\dot{Q}_{raz} - razmenjena toplota između toplijeg i hladnijeg fluida \quad (kW)$$

$$\dot{m}_{tf} - maseni protok toplijeg fluida \quad (kg/s)$$

$$h_{tf}^{izlaz} - entalpija toplijeg fluida na izlazu iz razmenjiva~a toplate \quad (kJ/kg)$$

$$h_{tf}^{ulaz} - entalpija toplijeg fluida na ulazu u razmenjiva~a toplate \quad (kJ/kg)$$

$$\dot{m}_{hf} - maseni protok hladnijeg fluida \quad (kg/s)$$

$$h_{hf}^{izlaz} - entalpija hladnijeg fluida na izlazu iz razmenjiva~a toplate \quad (kJ/kg)$$

$$h_{hf}^{ulaz} - entalpija hladnijeg fluida na ulazu u razmenjiva~a toplate \quad (kJ/kg)$$

Ako fluidi pri proticanju kroz razmenjiva~a toplotne ne menjaju agregatno stanje jedna~ina toplotnog bilansa se mo`e napisati na na~in:

$$\dot{Q}_{raz} = -\dot{m}_{tf} \cdot c_{tf} \cdot (T_{tf}^{izlaz} - T_{tf}^{ulaz}) = \dot{m}_{hf} \cdot c_{hf} \cdot (T_{hf}^{izlaz} - T_{hf}^{ulaz})$$

$$c_{tf} - srednja vrednost specifi~nog toplotnog kapaciteta toplijeg fluida pri stalnom pritisku u intervalu temperatura (T_{tf}^{ulaz}, T_{tf}^{izlaz}) \quad \left(\frac{kJ}{kgK} \right)$$

$$T_{tf}^{izlaz} - temperatura toplijeg fluida na izlazu iz razmenjiva~a toplate \quad (K, ^{\circ}C)$$

$$T_{tf}^{ulaz} - temperatura toplijeg fluida na ulazu u razmenjiva~a toplate \quad (K, ^{\circ}C)$$

$$c_{hf} - srednja vrednost specifi~nog toplotnog kapaciteta hladnijeg fluida pri stalnom pritisku u intervalu temperatura (T_{hf}^{ulaz}, T_{hf}^{izlaz}) \quad \left(\frac{kJ}{kgK} \right)$$

$$T_{hf}^{izlaz} - temperatura hlaadnijeg fluida na izlazu iz razmenjiva~a toplate \quad (K, ^{\circ}C)$$

$$T_{hf}^{ulaz} - temperatura hlaadnijeg fluida na ulazu u razmenjiva~a toplate \quad (K, ^{\circ}C)$$

Toplotni kapaciteti fluida:

Ako u jedna~inu topotnog bilansa razmenjiva~a topote uvedemo smenu $C = m \cdot c$ dobijamo jedna~inu topotnog bilansa u izmenjenom obliku:

$$\dot{Q}_{raz} = -C_{tf} \cdot (T_{tf}^{izlaz} - T_{tf}^{ulaz}) = C_{hf} \cdot (T_{hf}^{izlaz} - T_{hf}^{ulaz})$$

Veli~inu C nazivamo topotni kapacitet fluida (malo c je **specifi~ni** topotni kapacitet).

$$C_{tf} \text{ -- topotni kapacitet toplijeg fluida} \quad (kW/K)$$

$$C_{hf} \text{ -- topotni kapacitet hladnjeg fluida} \quad (kW/K)$$

napomena: Uvo|enje topotnog kapaciteta fluida u topotne bilanse je od zna~aja kod primene bezdimenzionih veli~ina pri prora~unu izlaznih temperatura fluida (efikasnosti razmenjiva~a topote, broj prenosnih jedinica, odnos topotnih kapaciteta)

Izra~unavanje razmenjene topote izme|u toplijeg i hladnjeg fluida na osnovu vrednosti za pokreta~ku silu i topotne otpore:

$$\dot{Q}_{raz} = k \cdot \Delta T_{sr} \cdot A \quad \text{za plo~aste razmenjiva~e topote}$$

$$\dot{Q}_{raz} = k \cdot \Delta T_{sr} \cdot L \quad \text{za cevne razmenjiva~e topote (cev u cevi)}$$

$$\dot{Q}_{raz} = k \cdot \Delta T_{sr} \cdot L \cdot n \quad \text{za vi~ecevne razmenjiva~e topote}$$

\dot{Q}_{raz} - razmenjena topota izme|u toplijeg i hladnjeg fluida (kW)

k - koeficijent prolaza topote sa toplijeg na hladniji fluid

ΔT_{sr} - srednja logaritamska razlika temperatura (K)

L - du~ina cevi (m)

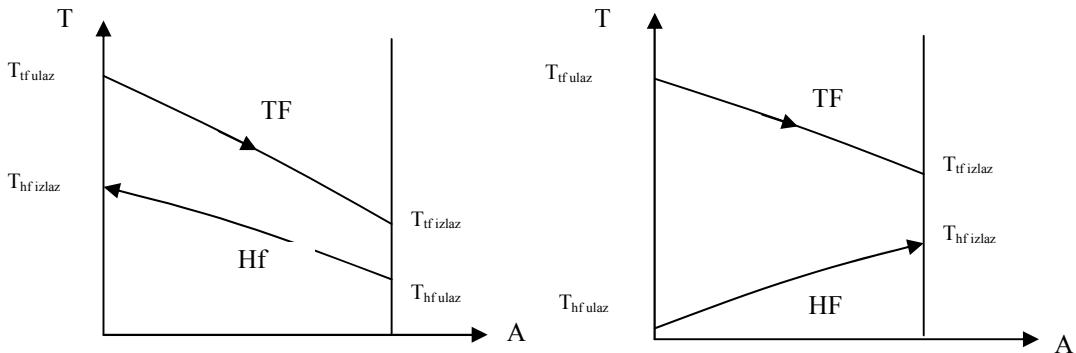
n - broj cevi vi~ecevnog razmenjiva~a topote

Određivanje srednje logaritamske razlike temperatura:

Na osnovu poznatih ulaznih i izlaznih temperatura toplijeg i hladnijeg fluida ΔT_{sr} se određuje na način:

protivstrjni tok fluida, istosmerni tok fluida:

Skicira se na T-A (ili T-L) dijagramu zavisnost koja pokazuje promene temperature toplijeg i hladnijeg fluida duž površine za razmenu topline



Izračuna se razlika temperatura toplijeg i hladnijeg fluida na ulazu i izlazu i jedna od tih razlika obeleži sa ΔT_{max} , a druga od razlika sa ΔT_{min}

$$T_{tf\text{ ulaz}} - T_{hf\text{ izlaz}} = \Delta T_{max}, \quad T_{tf\text{ izlaz}} - T_{hf\text{ ulaz}} = \Delta T_{min} \quad (\text{protivstrujni tok})$$

$$T_{tf\text{ ulaz}} - T_{hf\text{ ulaz}} = \Delta T_{max}, \quad T_{tf\text{ izlaz}} - T_{hf\text{ izlaz}} = \Delta T_{min} \quad (\text{protivstrujni tok})$$

$$\Delta T_{sr} = \frac{\Delta T_{max} - \Delta T_{min}}{\ln \frac{\Delta T_{max}}{\Delta T_{min}}}$$

napomena: Uместо израза за srednju logaritamsku razliku temperatura može se (sa dovoljnom tačnoću) koristiti izraz za srednju aritmetičku razliku temperatura: $\Delta T_{sr} = \frac{\Delta T_{max} + \Delta T_{min}}{2}$ kada je $\frac{\Delta T_{max}}{\Delta T_{min}} \leq 1.5$.

unakrsni tok fluida sa jednim prolazom fluida:

U ovom slu~aju na osnovu poznatih ulaznih i izlaznih temperatura toplijeg i hladnjeg fluida izra~una se srednja logaritamska razlika temperatura kao da je razmenjiva~ toploste sa protivstrujnim tokom i dobijena vrednost pomno~i sa korektivnim faktorom F, tj.

$\Delta T_{sr+} = F \cdot \Delta T_{sr}$. Korektivni faktor (F) odreduje se eksperimentalno i zadaje se grafi~ki u funkciji bezdimenzionih parametara P i R koji se defini~u na na~in:

$$P = \frac{T_{hf}^{izlaz} - T_{hf}^{ulaz}}{T_{tf}^{ulaz} - T_{hf}^{ulaz}}$$

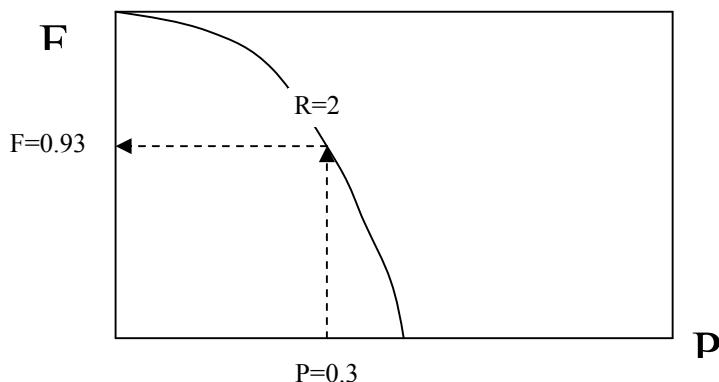
$$R = \frac{T_{tf}^{ulaz} - T_{tf}^{izlaz}}{T_{hf}^{izlaz} - T_{hf}^{ulaz}}$$

P -- parametar topotne efikasnosti

R - parametar topotnih kapaciteta

napomena: Uo~iti da je vrednost parametra P uvek manja od 1 tj, $P < 1$, dok vrednost parametra R mo~e biti i ve}a i manja od 1

primer: Odrediti vrednost korektivnog faktora F za razmenjiva~ toploste sa unakrsnim tokom kada se nijedan od fluida ne me~a, ako parametri P i R iznose: $P=0.3$ i $R=2$.



napomena: Grafi~ke zavisnosti $F=f(P, R)$ za karakteristi~ne slu~ajeve strujanja unakrsnog toka nalaze se u prilogu

kombinovani tok fluida (razmenjiva~i toplotne sa vi{e prolaza fluida):

U ovom slu~aju postupak je isti kao kod unakrsnog toka fluida tj. na osnovu poznatih ulaznih i izlaznih temperatura toplijeg i hladnjeg fluida izra~una se srednja logaritamska razlika temperatura kao da je razmenjiva~ toplotne sa protivstrujnim tokom i dobijena vrednost pomno`i sa korektivnim faktorom F, tj. $\Delta T_{srX} = F \cdot \Delta T_{sr}$. Korektivni faktor (F) odreuje se eksperimentalno i zadaje se grafi~ki u funkciji bezdimenzionih parametara P i R koji se defini{u na na~in:

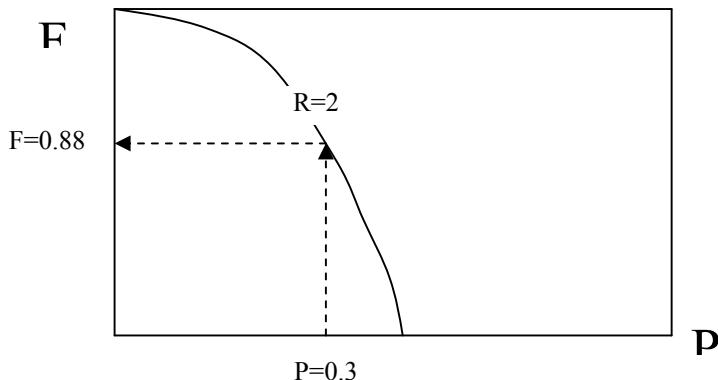
$$P = \frac{T_{hf}^{izlaz} - T_{hf}^{ulaz}}{T_{tf}^{ulaz} - T_{hf}^{ulaz}}$$

$$R = \frac{T_{tf}^{ulaz} - T_{tf}^{izlaz}}{T_{hf}^{izlaz} - T_{hf}^{ulaz}}$$

P – parametar toplotne efikasnosti

R - parametar toplotnih kapaciteta

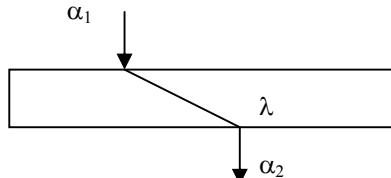
primer: Odrediti vrednost korektivnog faktora F za 1-2 razmenjiva~ toplotne (jedan prolaz fluida kroz omota~ i dva prolaza fluida kroz cev), ako bezdimenzioni parametri P i R iznose: P=0.3 i R=2.



napomena: Grafi~ke zavisnosti $F=f(P, R)$ za karakteristi~ne slu~ajeve strujanja kombinovanog toka, (1-2 razmenjiva~ i toplotne i 2-4 razmenjiva~ toplotne) nalaze se u prilogu

Određivanje koeficijenta prolaza topline (k):

- površina za razmenu topline je ravna (površasti razmenjivači topline):

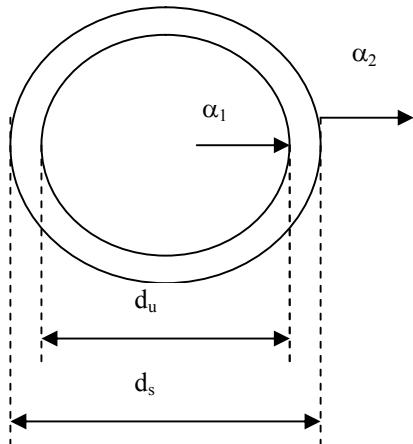


$$\frac{1}{k} = \frac{1}{\alpha_1} + \frac{\delta}{\lambda} + \frac{1}{\alpha_2}$$

k — koeficijent prolaza topline,

$$\frac{W}{m^2 K}$$

- površina za razmenu topline je cilindrična (cevni razmenjivači topline)



$$\frac{1}{k_c} = \frac{1}{d_u \pi \cdot \alpha_1} + \frac{1}{2\pi \cdot \lambda} \ln \frac{d_s}{d_u} + \frac{1}{d_s \pi \cdot \alpha_2}$$

k_c – koeficijent prolaza topline,

$$\frac{W}{mK}$$

Razmenjiva~i toplotne sa cevnim snopom i omota~em (vi{e ecevni razmenjiva~i toplotne)

U literaturi se ~esto razmenjena toplota izme|u toplijeg fluida i hladnijeg fluida kod razmenjiva~i toplotne sa cevnim snopom i omota~em izra`ava preko **efektivne spoljne povr{ine za razmenu toplotne** (spolja{na povr{ina cevi razmenjiva~i toplotne, $A_{ef} = d_s \pi L n$).

$$\dot{Q}_{raz} = k \cdot \Delta T_{sr} \cdot A_{ef}$$

Tada se koeficijet prolaza toplotne (k) defini{e na na~in:

$$\frac{1}{k} = \frac{1}{\alpha_o} + R_o + R_z + \left(R_c + \frac{1}{\alpha_c} \right) \cdot \frac{d_s}{d_u}$$

k -- koeficijent prolaza toplotne (po jedinici spolja{ne povr{ine cevi) $(\frac{W}{m^2 K})$

α_o -- koeficijent prelaza toplotne sa spolja{ne strane cevi $(\frac{W}{m^2 K})$

R_o - toplotni otpor one~i{enja sa spolja{ne strane cevi $(\frac{W}{m^2 K})$

R_z -- toplotni otpor provo|enja kroz zid cevi $(\frac{W}{m^2 K})$

R_c -- toplotni otpor one~i{enja sa unutra{ne strane cevi $(\frac{W}{m^2 K})$

α_c -- koeficijent prelaza toplotne sa unutra{ne strane cevi $(\frac{W}{m^2 K})$

d_u -- unutra{ni pre~nik cevi (m)

d_s -- spolja{ni pre~nik cevi (m)

napomena: Toplotni otpor provo|enja kroz zid cevi odre|uje se iz izraza:

$$R_z = \frac{d_s}{2\lambda} \ln \frac{d_s}{d_u}, \text{ gde je } \lambda \left(\frac{W}{mK} \right) \text{ koeficijent provo|enja za materijal}$$

od kojeg je cev napravljena

Prora~un izlaznih temperatura fluida:

Ponekad je u tehni~koj praksi potrebno odrediti izlaznu temperaturu fluida ~iji maseni protok ne znamo ili odrediti izlazne temperature oba fluida ~ije masene protoke znamo, pri tome su tako|e poznate i vrednosti koeficijenta prolaza toplove i vrednost povr{ine za toploputnu razmenu. U tom slu~aju do izlazne temperature fluida dolazi se primenom slo`enih algebarskih transformacija izraza za razmenjenu toplost i izraza za toploputne bilanse (vidi re{enje zadatka 3.9.). Da bi se izbegle ove slo`ene algebarske transformacije uvode se u analizu razmenjiva~a toplove

bezdimenzijsne veli~ine ε , N , $\frac{C_{\min}}{C_{\max}}$ i njihova me|usobna zavisnost predstavlja grafi~ki na

dijagramima oblika: $\varepsilon = f \left(N, \frac{C_{\min}}{C_{\max}} \right)$.

$\frac{C_{\min}}{C_{\max}}$ - odnos toploputnih kapaciteta fluida sa manjim i fluida sa ve}im
toploputnim kapacitetom

N - broj jedinica prenosa toplove, $N = \frac{k \cdot A}{C_{\min}}$

ε - efikasnost razmenjiva~a toplove

$$\varepsilon = \frac{\text{st var no razmenjena topota}}{\text{maksimalno mogu} \} \text{a razmenjena topota}} = \frac{\dot{Q}_{\text{raz}}}{{C_{\min}} \cdot (T_{\text{tf}}^{\text{ulaz}} - T_{\text{hf}}^{\text{ulaz}})}$$

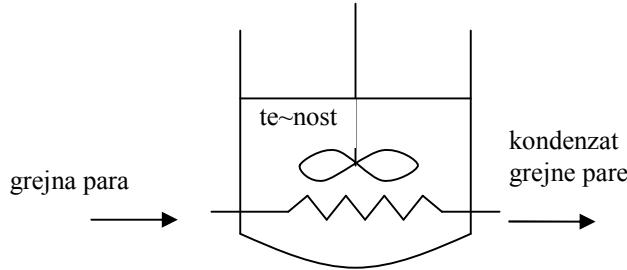
napomena: Grafi~ke zavisnosti $\varepsilon = f \left(N, \frac{C_{\min}}{C_{\max}} \right)$ za karakteristi~ne slu~ajeve

strujanja (protivstrujni tok, istostrujni tok, 1-2 razmenjiva~a toplove i 2-4 razmenjiva~a toplove) nalaze se u prilogu.

[AR@NI RAZMENJIVA^I TOPLOTE (SUDOVI SA ME[ALICOM)]

Postoje dva osnovna tipa ovakvih uređaja:

- duplikatori (grejna para se kondenzuje u duplim zidovima suda)
- sudovi sa spiralom (grejna para se kondenzuje u spiralnoj cevi koja se nalazi u sudu)



Diferencijalna jednina koja opisuje proces razmene topline između grejne pare i fluida koji se zagreva glasi:

$$m \cdot c \cdot d(T - T_1) = k \cdot A \cdot (T_p - T) \cdot d\tau \quad \text{tj.} \quad \int_0^\tau d\tau = \frac{m \cdot c}{A} \cdot \int_{T_1}^{T_2} \frac{1}{k} \cdot \frac{d(T - T_1)}{T_p - T}$$

m — masa fluida koji se zagreva

(kg)

c — specifični toplotni kapacitet fluida koji se zagreva

($\frac{\text{kJ}}{\text{kgK}}$)

k — koeficijent prolaza topline sa grejne pare na rastvor

($\frac{\text{kW}}{\text{m}^2\text{K}}$)

A — površina za razmenu topline

(m^2)

T_p — temperatura kondenzacije grejne pare

(K)

T_1 — temperatura fluida na početku procesa zagrevanja

(K)

T_2 — temperatura fluida na kraju procesa zagrevanja

(K)

τ — vreme trajanja procesa zagrevanja

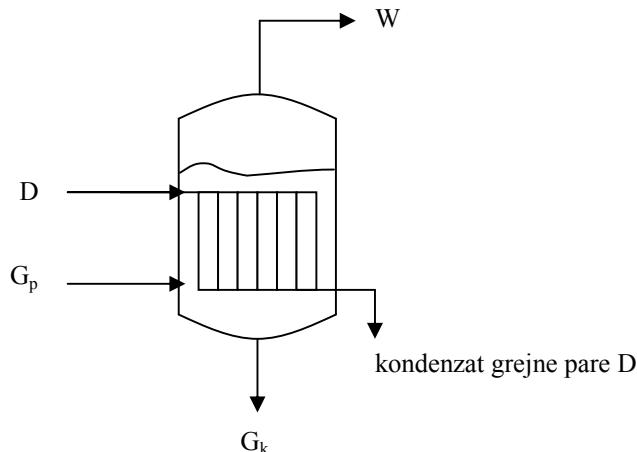
(s)

UKUVAVANJE

Ukuvanje je tehnološka operacija u kojoj je cilj povećanje koncentracije suve materije polaznog rastvora. Do povećanja koncentracije suve materije dolazi usled odstranjuvanja jednog dela

vode koja se nalazi u polaznom rastvoru. Naime u ukuva~ima se vodenim rastvorom najpre zagreva do temperature klju~anja a zatim i isparava jedan deo vode iz polaznog rastvora.

Sa aspekta ukuvavanja svaki rastvor sastoji se iz dve komponente, vode i suve materije. Pod koncentracijom suve materije podrazumevamo maseni udeo suve materije u rastvoru. Vodenu paru koju odstranimo iz polaznog rastvora (W) nazivamo sekundarna para, a vodenu paru koja slu~i za zagrevanje polaznog rastvora (D) nazivamo grejna (primarna) para. Re{avanje prakti~nih problema iz ukuvavanja vr{imo postavljanjem bilansnih jedna~ina za posmatrani ukuva~ (ili vi~e njih)



$$1. \text{ op{ti materijalni bilans :} \quad G_p = G_k + W}$$

G_p - maseni protok polaznog rastvora (kg/s)

G_k - maseni protok koncentrisanog rastvora (kg/s)

W - maseni protok sekundarne pare (kg/s)

$$2. \text{ materijalni bilans suve materije (SM):} \quad G_p \cdot x_p = G_k \cdot x_k$$

x_p - maseni udeo SM u polaznom rastvoru ($\frac{\text{kgSM}}{\text{kg(SM} + \text{H}_2\text{O})}$)

x_k - maseni udeo SM u koncentrisanom rastvoru ($\frac{\text{kgSM}}{\text{kg(SM} + \text{H}_2\text{O})}$)

3.1. toplotni bilans:

$$Q_{uku} = D \cdot (h_{ulaz} - h_{izlaz}) = G_p \cdot c_p \cdot (T_k - T_p) + W \cdot r_{Tk} + Q_g = k \cdot (T_D - T_k) \cdot A$$

Q_{uku}	- toplotna snaga ukuva~a	(kW)
Q_g	- toplotni gubici ukuva~a ka okolini	(kW)
D	- maseni protok primarne (grejne) pare	(kg/s)
h_{ulaz}	- entalpija grejne pare na ulazu u grejno telo ukuva~a	(kJ/kg)
h_{izlaz}	- entalpija grejne pare na izlazu iz grejnog tela ukuva~a	(kJ/kg)
r	- toplota kondenzacije sekundarne pare na temperaturi klju~anja (kJ/kg)	
T_k	- temperatuta klju~anja vode za dati pritisak	(K, °C)
T_p	- temperatuta polaznog rastvora	(K, °C)
T_D	- temperatuta kondenzacije grejne pare	(K, °C)
A	- grejna povr{ina ukuva~a	(m ²)
k	- koeficijent prolaza toplote sa grejne pare na rastvor	(kW/m ² K)
c_p	- specifi~na toplota polaznog rastvora	(kJ/kgK)

Ovako napisan toplotni bilans polazi od slede}ih predpostavki:

Temperatura klju~anja rastvora (T_k) jednaka je temperaturi klju~anja vode (T_{kw}) na istom pritisku tj. zanemaruje se povi{enje temperaturе klju~anja rastvora u odnosu na temperaturu klju~anja ~iste vode (zanemaruje se temperaturska depresija)

Vodena para (W) koja napu{ta ukuva~ je suvozasi}ena i ima temperaturu klju~anja vode na pritisku koji vlada u parnom prostoru ukuva~a tj. zanemaruje se povi{enje temperaturе klju~anja uslovljeno hidrostati~kim efektom (zanemaruje se hidrostati~ka depresija)

3.2. toplotni bilans:

$$Q_{\text{uku}} = D \cdot (h_{\text{ulaz}} - h_{\text{izlaz}}) = G_p \cdot c_p \cdot (T_{\text{kr}} - T_p) + W \cdot (h_{\text{pp}} - h') + Q_g = k \cdot (T_D - T_{\text{kr}}) \cdot A$$

h_{pp} - entalpija pregrejane pare koja napu{ta ukuva~ (ova vrednost se ~ita za pritisak koji vlada u parnom prostoru ukuva~a i za temperaturu klju~anja rasvora)

h' - entalpija klju~ale vode (ova vrednost se ~ita za temperaturu klju~anja rasvora.)

Ovako napisan toplotni bilans polazi od slede}ih predpostavki:

Temperatura klju~anja rastvora (T_{kr}) vi{a je od temperature klju~anja vode (T_{kw}) na istom pritisku. Povi{enje temperature klju~anja rastvora u odnosu na temperaturu klju~anja ~iste vode na istom pritisku naziva se temperaturska depresija, ΔT_{tpd} , $\Delta T_{\text{tpd}} = T_{\text{kr}} - T_{\text{kw}}$

Temperatura klju~anja vode na pritisku srednjeg sloja (p_{sr}) vi{a je od temperature klju~anja vode na pritisku parnog prostora (p) usled hidrostati~kog efekta. Razlika temperature klju~anja vode na pritisku srednjeg sloja ($T_{\text{kw}})_{\text{psr}}$ i temperature klju~anja vode na pritisku parnog prostora ($T_{\text{kw}})_p$ naziva se hidrostati~ka depresija, ΔT_{hsd} , $\Delta T_{\text{hsd}} = (T_{\text{kw}})_{\text{psr}} - (T_{\text{kw}})_p$

Tempertura klju~anja rastvora (T_{kr}) se u zavisnosti od toga da li je poznat pritisak u parnom prostoru ukuva~a (p) ili pritisak u srednjem sloju ukuvanog rastvora (p_{sr}) odre|uje iz jedne od jedna~ina:

$$T_{\text{kr}} = f(p) = (T_{\text{kw}})_p + \Delta T_{\text{tpd}} + \Delta \Delta T_{\text{tpd}}$$

$$T_{\text{kr}} = f(p_{\text{sr}}) = (T_{\text{kw}})_{\text{psr}} + \Delta T_{\text{tpd}}$$

Vodena para (W) koja napu{ta ukuva~ je pregrejana i ima temperaturu klju~anja rastvora (T_{kr}) i pritisak parnog prostora (p), tj: $h = (h_{\text{pp}})_{p, T_{\text{kr}}}$

Temperaturska depresija:

Temperaturska depresija predstavlja površinje temperature rastvora u odnosu na isti rastvar (voda). Vrednost temperaturske depresije zavisi od koncentracije suve materije u rastvoru. To je koncentracija suve materije veća od vrednosti temperaturske depresije. U sledećoj tabeli prikazane su vrednosti temperaturske depresije (K) za pojedine vodene rastvore sa različitim koncentracijama suve materije (x) pri atmosferskom pritisku ($p_{atm} = 101.3 \text{ kPa}$).

	0.1	0.2	0.3	0.35	0.4	0.45	0.5	0.55	0.6
CaCl ₂	1.5	4.5	10.5	14.3	19.0	24.3	30.0	36.5	43.0
KCl	1.3	3.3	6.1	8.0	—	—	—	—	—
K ₂ CO ₃	0.8	2.2	4.4	6.0	8.0	10.9	14.6	19.0	24.0
NH ₄ NO ₃	1.1	2.5	4.0	5.1	6.3	7.5	9.1	11.0	13.2
NaCl	1.9	4.9	9.6	—	—	—	—	—	—
NaOH	2.8	8.2	17.0	22.0	28.0	35.0	42.2	50.6	59.5
{e}ter (saharoza)	0.1	0.3	0.6	0.8	1.0	1.4	1.8	2.4	3.0

Vrednost temperaturske depresije zavisi i od pritiska. Naime pri promeni pritiska menja se vrednost temperaturske depresije za rastvor određene koncentracije. Tačna vrednost temperaturske depresije u tom slučaju određuje se eksperimentalno, a procena temperaturske depresije pri izmenjenom pritisku može se izvršiti na jedan od načina:

$$1. \text{ metod } T_i \text{ enka} \quad (\Delta T_{tpd})_{p1} = \Delta T_{tpd} \cdot \left(\frac{T_1}{T} \right)^2 \cdot \frac{r}{r_1}$$

$(\Delta T_{tpd})_{p1}$ - temperaturska depresija na pritisku p_1 (K)

ΔT_{tpd} - temperaturska depresija na atmosferskom pritisku (K)

T_1 - temperaturna ključanja vode na pritisku p_1 (K)

T - temperaturna ključanja vode na atmosferskom pritisku (K)

r_1 - latentna toplota isparavanja vode na pritisku p_1 (kJ/kg)

r - latentna toplota isparavanja vode na atmosferskom pritisku (kJ/kg)

Ovaj metod daje zadovoljavajuće rezultate za razblatene rastvore.

$$2. \text{ Babo-vo pravilo} \quad \left(\frac{p_r^\theta}{p_w^\theta} \right)_T = \text{const},$$

Drugim rečima odnos napona para iznad rastvora i iznad vode je isti za sve temperature. U praksi se postupak svodi na nalačenja napona pare koji bi imala voda koja ima temperaturu ključanja rastvora za zadati pritisak p_1 , tj: $(p_{kw})_{T_1} = p_1 \cdot (p_{kw})_T$, a zatim se u termodinamickim tablicama pretraži temperatura ključanja vode (T_1) za određeni pritisak $(p_{kw})_{T_1}$. Ova temperatura predstavlja temperaturu ključanja rastvora na pritisku p_1 . Ova formula takođe pokazuje zadovoljavajuću tačnost za razbljene rastvore.

p_r^θ - napon pare rastvora (bar)

p_w^θ, p_{kw} - napon pare vode (bar)

$$3. \text{ Diringovo pravilo} \quad \frac{(T_{kr})_{p_1} - (T_{kr})_{p_2}}{(T_{kw})_{p_1} - (T_{kw})_{p_2}} = \text{const}$$

$(T_{kr})_{p_1}$ - temperatura ključanja rastvora na pritisku p_1 (K)

$(T_{kr})_{p_2}$ - temperatura ključanja rastvora na pritisku p_2 (K)

$(T_{kw})_{p_1}$ - temperatura ključanja vode na pritisku p_1 (K)

$(T_{kw})_{p_2}$ - temperatura ključanja vode na pritisku p_2 (K)

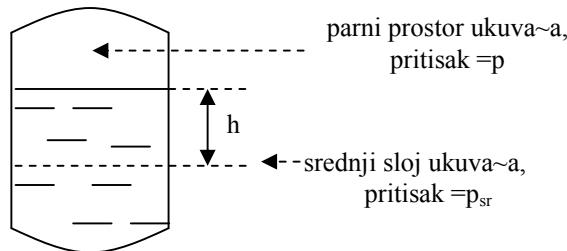
Pomoći u Diringovog pravila procena temperaturske depresije je najpreciznija. Nedostatak Diringovog pravila, u odnosu na prethodna dva, je u potrebi za poznavanjem dve vrednosti temperature ključanja rastvora određenog sastava za dva različita pritiska (za pritiske p_1 i p_2).

U sledećoj tabeli dat je pregled vrednosti temperaturske depresije za 30% rastvor NaOH (određene različitim metodama) na pritisku $p=37.3$ kPa, kao i pregled vrednosti relativne greške (%) za svaki od upotrebljenih metoda.

metod proračuna	ΔT_{tpd}	greska (%)
eksperimentalna vrednost	16.3	
metod Tičenka	14.3	12.3
Babovo pravilo	14.4	11.7
Diringovo pravilo	16.5	1.2

Hidrostati~ka depresija:

Hidrostati~ka depresija predstavlja pove}anje temperature klju~anja vode usled hidrostati~kog pritiska. Naime temperatura mehurova vodene pare koji napu{taju ukuva~u nije jednaka po celoj zapremini (visini) ukuva~u, {to je posledica razli~itog hidrostati~kog pritiska. Po dogovoru je ustanovljeno da "reprezentativni" mehurovi" dolaze iz "srednjeg sloja". Srednji sloj je sloj koji se nalazi na jednakoj visini (h) od slobodne povr{ine vode i dna ukuva~u. Pritisak u srednjem sloju ukuva~u (p_{sr}) mo`e se odrediti iz jedna~ine: $p_{sr} = p + \rho \cdot g \cdot h$, gde je (p) pritisak u parnom prostoru ukuva~u (na povr{ini vode), (ρ) gustina vode na temperaturi klju~anja.



Hidrauli~ka depresija:

Pad pritiska pri strujanju sekundarne pare kroz cevi kojima se para odvodi do nekog drugog aparata (slede}i ukuva~ vi{estepene baterije, kondenzator, predgreja~ polazog rastvora ...) dovodi do pada temperaturne sekundarne pare koji se naziva hidrauli~ka (hidrodinami~ka) depresija, $\Delta T_{hdd} = T_{kr} - (T_{kw})_{p_{out}}$ p_{out} -- pritisak u drugom aparatu (slede}i ukuva~ vi{estepene baterije, kondenzator, predgreja~ polazog rastvora ...)

4. specifi~na toplota rastvora

Specifi~na toplota rastvora nije konstantna veli~ina, ve} zavisi od sadr`aja suve materije u rastvoru. Mo`e se odrediti (u nedostatku eksperimentalnih podataka) iz jedna~ine:

$$c = x \cdot c_{sm} + (1-x) \cdot c_w$$

c_{sm} - specifi~na toplota suve materije $\left(\frac{\text{kJ}}{\text{kgK}} \right)$

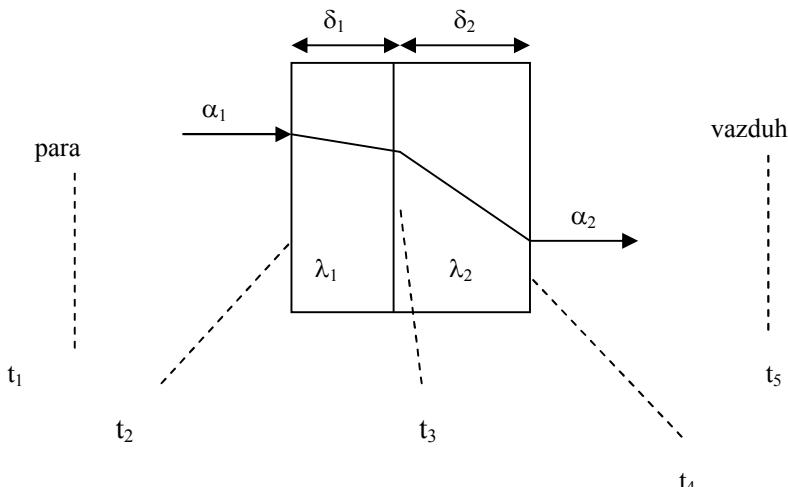
c_w - specifi~na toplota vode $\left(\frac{\text{kJ}}{\text{kgK}} \right)$

x - maseni udio suve materije u rastvoru

napomena: Za razbla`ene rastvore ($x \leq 0.2$) mo`e se zanemariti prvi sabirak iz jedna~ine za specifi~nu toplotu rastvora, tj: $c = (1-x) \cdot c_w$

1.1. Sa jedne strane ravnog zida površine $A=3 \text{ m}^2$ nalazi se vodena para temperature $t=136^\circ\text{C}$, a sa druge vazduh temperature $t=25^\circ\text{C}$. Zid je sastavljen od ~eli~nog lima (1) ($\lambda_1=50 \text{ W/mK}$, $\delta_1=10 \text{ mm}$) i izolacionog sloja (2) ($\lambda_2=0.06 \text{ W/mK}$, $\delta_2=20 \text{ mm}$). Koeficijent prelaza topote sa pare na zid iznosi $\alpha_1=5000 \text{ W/m}^2\text{K}$, a sa zida na okolni vazduh $\alpha_2=1000 \text{ W/m}^2\text{K}$. Odrediti:

- toplotni protok koji se razmeni kroz zid (W)
- temperaturu izolacije do vazduha i temperaturu lima do pare



a)

$$Q = \frac{t_1 - t_5}{\frac{1}{\alpha_1} + \frac{\delta_1}{\lambda_1} + \frac{\delta_2}{\lambda_2} + \frac{1}{\alpha_2}} \cdot A = \frac{136 - 25}{\frac{1}{5000} + \frac{10}{50} + \frac{20}{0.06} + \frac{1}{1000}} \cdot 3 = 1000 \text{ W}$$

b)

$$Q = \frac{t_1 - t_2}{\frac{1}{\alpha_1}} \cdot A \Rightarrow t_2 = t_1 - \frac{Q}{\alpha_1 \cdot A} = 136 + \frac{1000}{5000 \cdot 3} = 135.93^\circ\text{C}$$

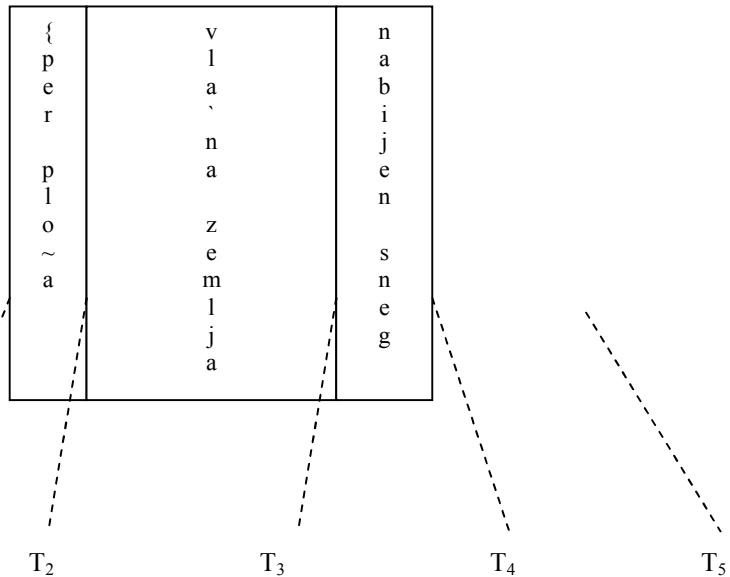
$$Q = \frac{t_4 - t_5}{\frac{1}{\alpha_2}} \cdot A \Rightarrow t_4 = t_5 + \frac{Q}{\alpha_2 \cdot A} = 25 + \frac{1000}{1000 \cdot 3} = 25.33^\circ\text{C}$$

napomena:

$$Q = \frac{t_2 - t_3}{\frac{\delta_1}{\lambda_1}} \cdot A \Rightarrow t_3 = t_2 - \frac{Q \cdot \lambda_1}{\delta_1 \cdot A} = 135.93 + \frac{1000 \cdot 50}{10 \cdot 10^{-3} \cdot 3} = 135.86^\circ\text{C}$$

1.2. Za izgradnju privremenog skloni{ta u polarnim oblastima istra'iva{i mogu upotrebiti ponetu {per plo{u, debljine $\delta_1=5$ mm ($\lambda_1=0.107$ W/(mK)), vla`nu zemlju ($\lambda_2=0.656$ W/(mK)), i nabijen sneg ($\lambda_3=0.107$ W/(mK)). Na unutra{njoj povr{i zida skloni{ta ustali se temperatura $T=293$ K, a koeficijent prelaza toplove, sa spolja{nje povr{i zida na okolini vazduh temperature $T=230$ K, iznosi $\alpha=9.6$ W/(m²K). "Povr{inski toplotni protok" (toplotni fluks) pri tome treba da iznosi 58 W/m². Odrediti:

- a) najmanju debljinu sloja vla`ne zemlje u konstrukciji zida, tako da ne dodje do topljenja snega
- b) potrebnu debljinu sloja nabijenog snega u konstrukciji zida



$$a) \quad q = \frac{T_1 - T_3}{\frac{\delta_1}{\lambda_1} + \frac{\delta_2}{\lambda_2}} \Rightarrow \delta_2 = \lambda_2 \left(\frac{T_1 - T_3}{q} - \frac{\delta_1}{\lambda_1} \right)$$

$$\delta_2 = 0.656 \cdot \left(\frac{293 - 273}{58} - \frac{5 \cdot 10^{-3}}{0.107} \right) = 196 \text{ mm}$$

napomena: $T_3=273$ K (uslov netopljenja leda!)

$$b) \quad q = \frac{T_1 - T_5}{\frac{\delta_1}{\lambda_1} + \frac{\delta_2}{\lambda_2} + \frac{\delta_3}{\lambda_3} + \frac{1}{\alpha}} \Rightarrow \delta_3 = \lambda_3 \left(\frac{T_1 - T_5}{q} - \frac{\delta_1}{\lambda_1} - \frac{\delta_2}{\lambda_2} - \frac{1}{\alpha} \right)$$

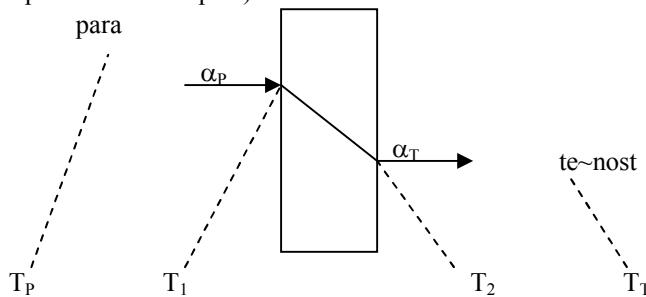
$$\delta_3 = \lambda_3 \left(\frac{293 - 230}{58} - \frac{5 \cdot 10^{-3}}{0.107} - \frac{68 \cdot 10^{-3}}{0.656} - \frac{1}{9.6} \right) = 68 \text{ mm}$$

1.3. Pri ključanju i isparavanju neke tečnosti na $T_T=340$ K=const, potrebna količina topote obezbeđuje se kondenzacijom grejne pare, pri čemu su ta dva fluida razdvojena ravnim metalnim zidom ($\delta=3$ mm, $\lambda=42$ W/(mK)). Koeficijent prelaza topote sa strane grejne pare je konstantan i iznosi $\alpha_p=11$ kW/(m²K), a sa strane tečnosti zavisi od temperaturske razlike površine zida koja je u kontaktu sa tečnosti i tečnosti:

	1	2	3	4	5	6	7	8
$\Delta T = T_2 - T_T$ (K)	22.2	27.8	33.3	36.1	38.9	41.7	44.4	50.0
α_T (kW/m ² K)	4.43	5.91	7.38	7.3	6.81	6.36	5.73	4.54

Odrediti :

- temperaturu grejne pare (T_p) pri kojoj je brzina isparavanja tečnosti najveća (najveći topotni fluks)
- temperaturu unutrašnje (T_1) i spoljašnje površine zida (T_2) u tom slučaju (temperaturu zida do tečnosti i temperaturu zida do pare)



	1	2	3	4	5	6	7	8
$q = \frac{T_2 - T_T}{\frac{1}{\alpha_p} + \frac{\delta}{\lambda} + \frac{1}{\alpha_T}}$ kW/m ²	98.4	164.3	245.8	263.5	264.9	265.2	254.4	227.0

- Topotni fluks ima najveću vrednost pri razlici temperatura $\Delta T = T_2 - T_T = 41.7$ K i pri vrednosti za koeficijent prelaza topote $\alpha_T = 6.36$ kW/(m²K) i iznosi $q_{max} = 265.2$ kW/m². Pri maksimalnoj vrednosti za topotni fluks temperatura pare iznosi:

$$q_{max} = \frac{T_p - T_T}{\frac{1}{\alpha_p} + \frac{\delta}{\lambda} + \frac{1}{\alpha_T}} \Rightarrow T_p = T_T + q_{max} \cdot \left(\frac{1}{\alpha_p} + \frac{\delta}{\lambda} + \frac{1}{\alpha_T} \right) = 424.75 \text{ K}$$

$$T_p = 340 + 265.2 \cdot \left(\frac{1}{11} + \frac{3 \cdot 10^{-3}}{42 \cdot 10^{-3}} + \frac{1}{6.36} \right) = 424.75 \text{ K}$$

b)

Pri maksimalnoj vrednosti za topotni fluks temperature T_1 i T_2 iznose:

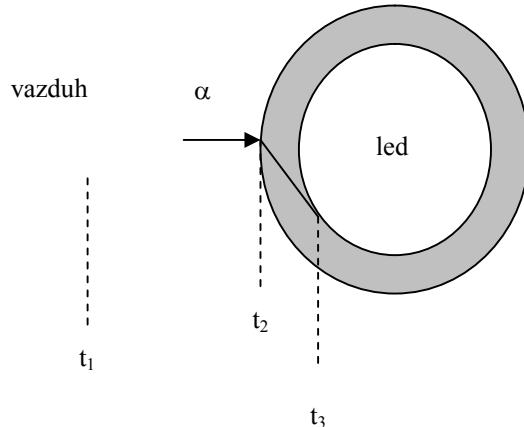
$$T_2 = T_T + \Delta T = 340 + 41.7 = 381.7 \text{ K}$$

$$q_{max} = \frac{T_1 - T_2}{\delta} \Rightarrow T_1 = T_2 + q_{max} \cdot \frac{\delta}{\lambda} = 381.7 + 265.2 \cdot \frac{3 \cdot 10^{-3}}{42 \cdot 10^{-3}} = 400.64 \text{ K}$$

1.4. [uplji cilindar od stiropora ($\lambda=0.027$ W/mK) unutrašnjeg prečnika $d_u=0.2$ m, spoljašnjeg prečnika $d_s=0.3$ m i visine $H=1.5$ m napunjen je ledom srednje temperature $t=0^\circ\text{C}$. Temperatura

okolnog vazduha je $t=30^\circ\text{C}$, a koeficijent prelaza toplotne energije sa stroporom na okolnog vazduha iznosi $\alpha=8 \text{ W/m}^2\text{K}$. Temperatura unutrašnjosti cilindra je 0°C . Zanemarujući razmenu toplotne energije kroz bazu cilindra, odrediti:

- toplotebitke cilindra (kW)
- temperaturu spoljašnje površine zida cilindra
- vreme za koje će se sav led otopiti ako toplota topljenja leda iznosi $r=332.4 \text{ kJ/kg}$ a gustina leda $\rho_{\text{led}}=900 \text{ kg/m}^3$



a)

$$\dot{Q} = \frac{t_1 - t_3}{\frac{1}{d_s \pi \cdot \alpha} + \frac{1}{2\pi \cdot \lambda} \ln \frac{d_s}{d_o}} \cdot H = \frac{25 - 0}{\frac{1}{0.3\pi \cdot 8} + \frac{1}{2\pi \cdot 0.027} \ln \frac{0.3}{0.2}} \cdot 1.5 = 17.84 \text{ W}$$

b)

$$\dot{Q} = \frac{t_1 - t_2}{\frac{1}{d_s \pi \cdot \alpha}} \cdot H \Rightarrow t_2 = t_1 - \frac{\dot{Q}}{d_u \pi \cdot \alpha \cdot H} = 25 - \frac{17.84}{0.3\pi \cdot 8 \cdot 1.5} = 28.4^\circ\text{C}$$

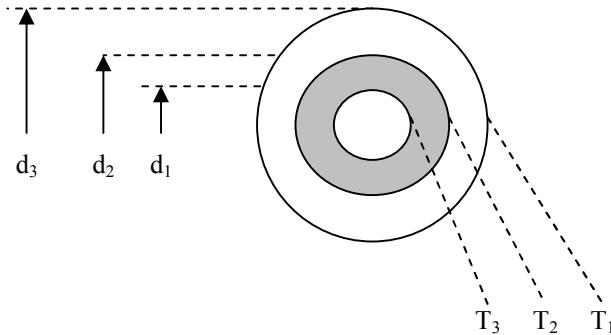
c)

$$\tau = \frac{Q_{\text{led}}}{\dot{Q}} = \dots = \frac{14093.76}{17.84 \cdot 10^{-3}} = 790008 \text{ s} \quad (9 \text{ dana } 3 \text{ sata } 27 \text{ min})$$

$$Q_{\text{led}} = m_{\text{led}} \cdot r = \dots = 42.4 \cdot 332.4 = 14093.76 \text{ kJ}$$

$$m_{\text{led}} = \rho_{\text{led}} \cdot V_{\text{led}} = \rho_{\text{led}} \cdot \frac{d_u^2 \pi}{4} \cdot L = 900 \cdot \frac{0.2^2 \pi}{4} \cdot 1.5 = 42.4 \text{ kg}$$

1.5. Odrediti kolika se maksimalna debljina leda ($\lambda_{\text{led}} = 2.56 \text{ W/(mK)}$) mo`e obrazovati na spoljnoj povr{ini aluminijumske cevi ($\lambda_{\text{Al}}=229.1 \text{ W/(mK)}$), pre~nika $\varnothing=95/83 \text{ mm}$, du`ine $L=1 \text{ m}$, koju obliva voda, ako je temperatura na njenoj unutra~njoj povr{ini $T_3=263 \text{ K}$, pri ~emu je toplotni protok sa vode na cev 1550 W .



napomena: $T_1 = 273 \text{ K}$ (uslov stvaranja leda)

$$\delta_{\text{led}} = \frac{d_3 - d_2}{2} = \dots = \frac{0.105 - 0.095}{2} = 0.005 \text{ m} = 5 \text{ mm}$$

$$\dot{Q} = \frac{1}{2\pi \cdot \lambda_{\text{led}}} \frac{T_1 - T_3}{\ln \frac{d_3}{d_2} + \frac{1}{2\pi \cdot \lambda_{\text{Al}}} \ln \frac{d_2}{d_1}} \cdot L \Rightarrow$$

$$d_3 = d_2 \cdot \exp \left[\frac{2\pi \cdot \lambda_{\text{led}} \cdot L}{\dot{Q}} \cdot (T_1 - T_3) - \frac{\lambda_{\text{led}}}{\lambda_{\text{Al}}} \ln \frac{d_2}{d_1} \right] =$$

$$d_3 = 0.095 \cdot \exp \left[\frac{2\pi \cdot 2.56 \cdot 1}{1550} \cdot (273 - 263) - \frac{2.56}{229.1} \ln \frac{95}{83} \right] = 0.105 \text{ m}$$

zadatak za ve`banje: (1.6.)

1.6. U ~eli~noj cevi ($\lambda=46.5 \text{ W/(m}^2\text{K)}$), pre~nika $\varnothing=159 \times 4.5 \text{ mm}$, po celoj du`ini deonice imaju dva ventila, usled du`eg prekida rada u ma~inskoj hali, u zimskom periodu, obrazovao se ledeni ~ep srednje temperature $t_f=0^\circ\text{C}$. ~eli~na cev je toplotno izolovana slojem stiropora ($\lambda=0.027 \text{ W/mK}$) debljine $\delta=50 \text{ mm}$. Naglim zagrevanjem, temperatura vazduha u ma~inskoj hali povisi se do 30°C i potom ostaje konstantna. Koeficijent prelaza toplote sa okolnog vazduha na spolja~nu povr{ stiropora tako~e je stalan i iznosi $\alpha=15 \text{ W/(m}^2\text{K)}$. Uz predpostavku da je temperatura na unutra~njoj povr{i cevi stalna i da iznosi $t=0^\circ\text{C}$, odrediti vreme (u danima) za koje }e se ledeni ~ep potpuno otopiti. Toplota topljenja leda iznosi $r=332.4 \text{ kJ/kg}$ a gustina leda iznosi $\rho_l=900 \text{ kg/m}^3$

re~enje: $\tau \approx 6 \text{ dana}$

1.7. Toplotna provodnost materijala od kojeg je na~injen ravan zid, mo`e da se izrazi u funkciji temperature zida u obliku: $\lambda = 0.4 + 0.006t$, pri ~emu je toplotna provodnost izra~ena u $W/(mK)$, a temperatura u $^{\circ}C$. Debljina zida je $\delta=30$ cm a temperature sa jedne i druge strane zida su $120^{\circ}C$ i $30^{\circ}C$. Predstaviti grafi~ki raspored temperatura u zidu i odrediti toplotni fluks kroz zid.

$$q = -\frac{1}{\delta} \int_{T_1}^{T_2} \lambda(t) \cdot dt = -\frac{1}{\delta} \int_{T_1}^{T_2} (0.4 + 0.006 \cdot t) \cdot dt \Rightarrow$$

$$q = -\frac{1}{\delta} \left[0.4 \cdot (t_2 - t_1) + 0.006 \cdot \frac{t_2^2 - t_1^2}{2} \right]$$

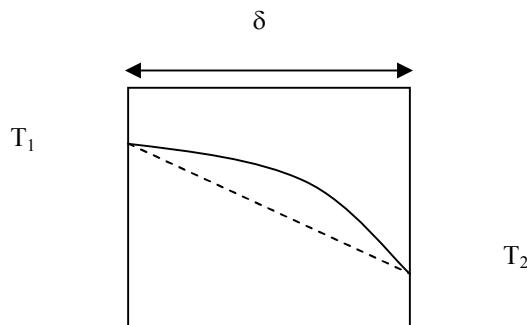
$$q = -\frac{1}{0.03} \left[0.4 \cdot (120 - 30) + 0.006 \cdot \frac{120^2 - 30^2}{2} \right] = 255 \frac{W}{m^2}$$

$$\delta = f(t) = ?$$

$$\delta = -\frac{1}{q} \left[0.4 \cdot (t - t_1) + 0.006 \cdot \frac{t^2 - t_1^2}{2} \right]$$

$$\frac{\partial \delta}{\partial t} = -\frac{1}{q} \cdot [0.4 + 0.006 \cdot t] \quad \Rightarrow \quad \frac{\partial^2 \delta}{\partial t^2} = -\frac{1}{q} \cdot 0.006$$

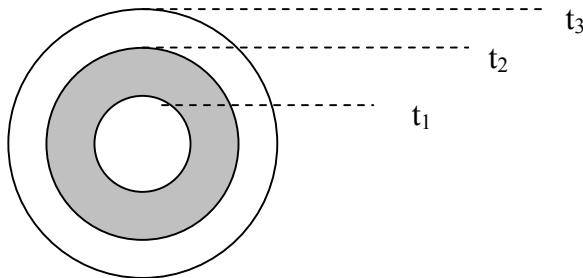
$$\frac{\partial^2 \delta}{\partial t^2} < 0 \quad \Rightarrow \quad \text{funkcija } \delta = f(t) \text{ je konkavna (ispup~ena na gore)}$$



napomena:

- isprekidana linija pokazuje profil temperatura za su~aj da je $\lambda=\text{const.}$
- puna linija pokazuje profil temperatura za su~aj da je $\lambda = 0.4 + 0.006t$

1.8. Cev od amotne opeke $\varnothing=320/280$ mm ($\lambda=0.4+0.002 \cdot t$) oblo`ena je sa spolja{nje strane slojem izolacije ($\delta_i=5$ mm, $\lambda_i=0.05+0.0001 \cdot t$), gde je t temperatura zida u $^{\circ}\text{C}$, a λ u $\text{W}/(\text{m}\cdot\text{K})$. Temperatura unutra{nje povr{i cevi od amotne opeke je 130°C , a spolja{nje povr{i izolacionog materijala 30°C . Odrediti topotni fluks (gustinu toplotnog protoka) po du`nom metru cevi.



$$q_{12} = -\frac{2\pi}{\ln \frac{d_2}{d_1}} \int_{T_1}^{T_2} (0.4 + 0.002 \cdot t) dt = \frac{2\pi}{\ln \frac{d_2}{d_1}} [0.4(t_2 - t_1) + 0.001 \cdot (t_2^2 - t_1^2)]$$

$$q_{23} = -\frac{2\pi}{\ln \frac{d_3}{d_2}} \int_{T_2}^{T_3} (0.04 + 10 \cdot 10^{-5} t) dt = \frac{2\pi}{\ln \frac{d_3}{d_2}} [0.04 \cdot (t_3 - t_2) + 5 \cdot 10^{-5} (t_3^2 - t_2^2)]$$

topotni bilans spolja{nje povr{i amotne opeke (unutra{nje povr{i izolacije)

$$q_{12} = q_{23}$$

$$\frac{2\pi}{\ln \frac{d_2}{d_1}} [0.4 \cdot (t_2 - t_1) + 0.001 \cdot (t_2^2 - t_1^2)] = \frac{2\pi}{\ln \frac{d_3}{d_2}} [0.04 \cdot (t_3 - t_2) + 5 \cdot 10^{-5} (t_3^2 - t_2^2)]$$

$$3.745 \cdot 10^{-5} \cdot t_2^2 + 1.765 \cdot 10^{-2} \cdot t_2 - 2.286 = 0$$

Ovo je kvadratna jedna~ina po t_2 . Pozitivno re{enje je $t_2 = 105.8^{\circ}\text{C}$

$$q_{13} = q_{12} = q_{23} = -\frac{2\pi}{\ln \frac{d_2}{d_1}} [0.4 \cdot (t_2 - t_1) + 0.001 \cdot (t_2^2 - t_1^2)]$$

$$q_{13} = -\frac{2\pi}{\ln \frac{0.32}{0.28}} [0.4 \cdot (105.8 - 130) + 0.001 \cdot (105.8^2 - 130^2)] = 724 \frac{\text{W}}{\text{m}}$$

1.9. Ledena loptica ($\rho=900 \text{ kg/m}^3$), prečnika $d=20 \text{ mm}$ i temperature $T_L = 273 \text{ K}$, potopi se u sud sa vodom stalne temperature $T_w = 283 \text{ K}$. Koeficijent prelaza topline sa vode na led je stalan i iznosi $\alpha=124 \text{ W/(m}^2\text{K)}$. Odrediti:

- vreme za koje će se ledena loptica potpuno otopiti ako toplota topljenja leda iznosi $r=332.4 \text{ kJ/kg}$
- vreme za koje bi se otopila ledena kockica iste temperature, stranice $a=d=20 \text{ mm}$

a)

problem se rešava postavljanjem diferencijalne jednačine, zato što su i masa ledene loptice i površina za razmenu topline promenljive veličine

$$\begin{aligned}-r \cdot dm &= \alpha \cdot (T_w - T_L) \cdot A \cdot d\tau \\-r \cdot d \cdot \left(\rho \cdot \frac{d^3 \pi}{6} \right) &= \alpha \cdot (T_w - T_L) \cdot d^2 \pi \cdot d\tau \\-r \cdot \rho \cdot \frac{\pi}{6} \cdot 3d^2 \cdot dd &= \alpha \cdot (T_w - T_L) \cdot d^2 \pi \cdot d\tau\end{aligned}$$

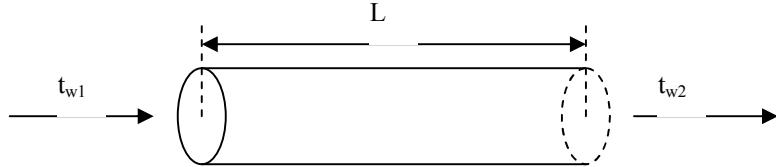
$$\begin{aligned}d\tau &= -\frac{r \cdot \rho}{2 \cdot \alpha \cdot (T_w - T_L)} \cdot dd \\ \int_0^\tau d\tau &= -\frac{r \cdot \rho}{2 \cdot \alpha \cdot (T_w - T_L)} \cdot \int_d^0 dd \\ \tau &= \frac{r \cdot \rho}{2 \cdot \alpha \cdot (T_w - T_L)} \cdot d = \frac{332.4 \cdot 10^3 \cdot 900}{2 \cdot 124 \cdot (283 - 273)} \cdot 20 \cdot 10^{-3} = 2412 \text{ s}\end{aligned}$$

b)

problem se rešava postavljanjem diferencijalne jednačine, zato što su i masa ledene kockice i površina za razmenu topline promenljive veličine

$$\begin{aligned}-r \cdot dm &= \alpha \cdot (T_w - T_L) \cdot A \cdot d\tau \\-r \cdot d \cdot \left(\rho \cdot a^3 \right) &= \alpha \cdot (T_w - T_L) \cdot 6 \cdot a^2 \cdot d\tau \\-r \cdot \rho \cdot 3a^2 \cdot da &= \alpha \cdot (T_w - T_L) \cdot 6 \cdot a^2 \cdot d\tau \\d\tau &= -\frac{r \cdot \rho}{2 \cdot \alpha \cdot (T_w - T_L)} \cdot da \\ \int_a^0 d\tau &= -\frac{r \cdot \rho}{2 \cdot \alpha \cdot (T_w - T_L)} \cdot \int_a^0 da \\ \tau &= \frac{r \cdot \rho}{2 \cdot \alpha \cdot (T_w - T_L)} \cdot a = \frac{332.4 \cdot 10^3 \cdot 900}{2 \cdot 124 \cdot (283 - 273)} \cdot 20 \cdot 10^{-3} = 2412 \text{ s}\end{aligned}$$

1.10. Kroz cev unutra{njeg pre{nika $d=100$ mm proti{e voda, srednjom brzinom $w=0.1$ m/s. Temperatura vode na ulazu u cev je 80°C . Temperatura unutra{nje povr{ine cevi mo`e se smatrati konstantnom i iznosi 20°C . Koeficijent prelaza toplosti sa vode na cev iznosi $\alpha=1000 \text{ W}/(\text{m}^2\text{K})$. Odrediti du`inu cevi na kojoj }e temperatura vode pasti na 60°C .

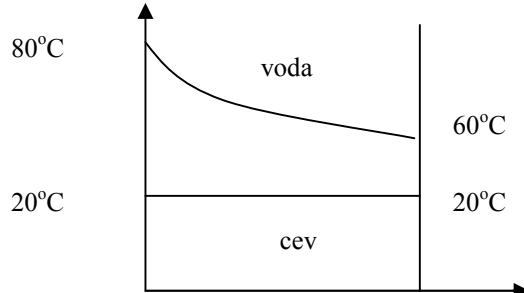


$$\dot{Q} = \frac{\Delta T_{SR}}{\frac{1}{d\pi \cdot \alpha}} \cdot L \quad \Rightarrow \quad L = \frac{\dot{Q}}{d\pi \cdot \alpha \cdot \Delta T_{SR}} = \dots$$

$$\Delta T_{sr} = ?$$

$$\begin{aligned}\Delta T_{max} &= 60^{\circ}\text{C} \\ \Delta T_{min} &= 40^{\circ}\text{C}\end{aligned}$$

$$\Delta T_{sr} = \frac{60 - 40}{\ln \frac{60}{40}} = 49.3^{\circ}\text{C}$$



$$\dot{Q} = -\Delta H_{voda} \quad \Rightarrow \quad \dot{Q} = -m_w \cdot c_w \cdot (t_{w2} - t_{w1}) = \dots$$

$$\text{fizi~ki parametri vode za srednju temperaturu vode: } t = \frac{t_{w1} + t_{w2}}{2} = 70^{\circ}\text{C}$$

$$\rho_f = 977.8 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \quad c_f = 4.18 \frac{\text{kJ}}{\text{kgK}}$$

$$\dot{m}_w = \rho_f \cdot w \cdot \frac{d^2 \pi}{4} = 977.8 \cdot 0.1 \cdot \frac{0.1^2 \pi}{4} = 0.77 \text{ kg/s}$$

$$\dot{Q} = -0.77 \cdot 4.18 \cdot (60 - 80) = 64.5 \text{ kW}$$

$$L = \frac{64.5}{0.1 \pi \cdot 1 \cdot 49.3} = 4.2 \text{ m}$$

1.11. Na zahtev gosta, in`enjera tehnologije, konobar u jednom restoranu doneo je bocu vina ($\rho=900 \text{ kg/m}^3$, $c=4 \text{ kJ/(kgK)}$) iz prostorije u kojoj je temperatura 25°C . Po {to je gost zahtevao da vino bude rashla|eno, tako da mu temperatura bude 15°C , konobar je preneo bocu u fri`ider u kome je temperatura 5°C . Posle du`eg vremena konobar je doneo ohla|enu bocu. Gost je, po {to je pogledao na sat, pozvao {ef restorana i po`alio se da je posle ~ekanja od 45 minuta dobio prehla|eno vino. [ef restorana je izmerio temperaturu vina i uverio se da je gost bio u pravu.

Dokazati!

- predpostaviti da je boca cilindri~nog oblika
- razmena toplotne kroz baze cilindra je zanemarljiva
- otpor prelazu toplotne izme|u okoline i boce je zanemarljiv
- stakleni zid boce je zanemarljive debljine
- pre~nik boce je $d=8 \text{ cm}$
- koeficijent prelaza toplotne sa boce na vino u boci iznosi $\alpha=50 \text{ W/(m}^2\text{K)}$

Problem se svodi na izra~unavanje stvarno potrebnog vremena za hla|enje vina od 25°C do 15°C u fri`ideru u kojem temperatura iznosi 5°C . Ako je to vreme kra}e od 45 minuta to }e zna~iti da je konobar doneo prehla|eno vino, tj. da je doneo vino ~ija je temperatura ni`a od 15°C .

$$Q = -m_v \cdot c \cdot (T_{v2} - T_{v1}) = -\rho \cdot \frac{d^2 \pi}{4} \cdot L \cdot c \cdot (T_{v2} - T_{v1}) \quad Q = \frac{\Delta T_{SR}}{1} \cdot L \cdot \tau$$

$$\frac{1}{d \pi \cdot \alpha}$$

$$\tau = \frac{\rho \cdot d \cdot c \cdot (T_{v1} - T_{v2})}{4 \cdot \alpha \cdot \Delta T_{SR}} = \dots = \frac{900 \cdot 0.08 \cdot 4 \cdot (25 - 15)}{4 \cdot 50 \cdot 10^{-3} \cdot 14.4} = 1000 \text{ s}$$

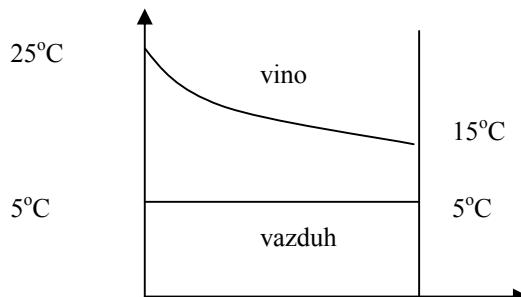
$$\tau = 1000 \text{ s} = 16.7 \text{ min} < 45 \text{ min}$$

$$\Delta T_{sr} = ?$$

$$\Delta T_{max} = 20^\circ\text{C}$$

$$\Delta T_{min} = 10^\circ\text{C}$$

$$\Delta T_{sr} = \frac{20 - 10}{\ln \frac{20}{10}} = 14.4^\circ\text{C}$$



Koliko iznosi stvarna temperatura vina ($T_x=?$) koju je {ef restorana izmerio nakon $\tau=45$ minuta?

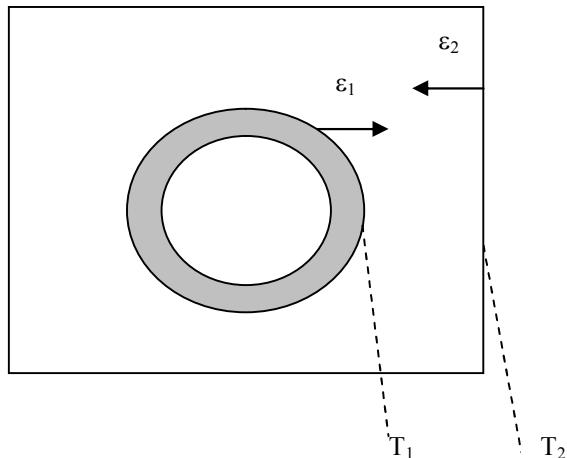
$$\rho \cdot \frac{d^2 \pi}{4} \cdot L \cdot c \cdot (T_{v1} - T_x) = \frac{(T_{v1} - 5) - (T_x - 5)}{\ln \frac{T_{v1} - 5}{T_x - 5}} \cdot d \pi \cdot \alpha \cdot L \cdot \tau \Rightarrow$$

$$T_x = 5 + (T_{v1} - 5) \cdot \exp \left[-\frac{4 \cdot \alpha \cdot \tau}{\rho \cdot d \cdot c} \right] = 5 + (25 - 5) \cdot \exp \left[-\frac{4 \cdot 50 \cdot 10^{-3} \cdot 1000}{900 \cdot 0.08 \cdot 4} \right] = 8^\circ\text{C}$$

1.12. U zidanom kanalu od hraptave crvene opeke ($\varepsilon_2=0.93$), du`ine $L=1$ m, kvadratnog popre~nog preseka stranice $a=400$ mm postavljena je ~eli~na cev ($\varepsilon_1=0.8$) spolja~njeg pre~nika $d=100$ mm. Temperatura spolja~nje povr~ine cevi je $t=300^\circ\text{C}$, a unutra~nje povr~ine zidova kanala $t=50^\circ\text{C}$. Prostor izmedju cevi i kanala je vakumiran. Odrediti:

- toplotni protok koji zra~enjem razmene cev i zidani kanal
- toplotni protok koji zra~enjem razmene cev i zidani kanal ako se izmedju cevi i zidova kanala postavi cilindri~ni toplotni ekran koeficijenta emisije $\varepsilon_E=0.85$ i pre~nika $d_E=200$ mm
- temperaturu tako postavljenog ekrana

a)



$$\left(\frac{\bullet}{Q_z}\right)_{12} = \frac{\left(\frac{T_1}{100}\right)^4 - \left(\frac{T_2}{100}\right)^4}{\frac{1}{d\pi \cdot C_{12}}} \cdot L = \dots = \frac{\left(\frac{573}{100}\right)^4 - \left(\frac{323}{100}\right)^4}{\frac{1}{0.1 \cdot \pi \cdot 4.45}} \cdot 1 = 1385 \text{ W}$$

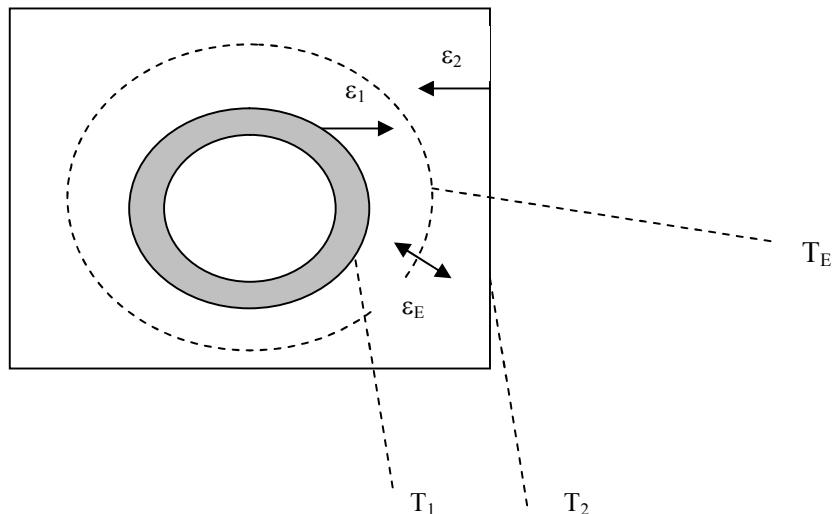
$$C_{12} = C_e \varepsilon_{12} = \dots = 5.67 \cdot 0.79 = 4.45 \frac{\text{W}}{\text{m}^2 \text{K}^4}$$

$$\varepsilon_{12} = \frac{1}{\frac{1}{\varepsilon_1} + \frac{A_1}{A_2} \left(\frac{1}{\varepsilon_2} - 1 \right)} = \dots = \frac{1}{\frac{1}{0.8} + \frac{0.314}{1.6} \left(\frac{1}{0.93} - 1 \right)} = 0.79$$

$$A_1 = d \pi \cdot L = 0.1 \cdot \pi \cdot 1 = 0.314 \text{ m}^2$$

$$A_2 = 4 \cdot a \cdot L = 4 \cdot 0.4 \cdot 1 = 1.6 \text{ m}^2$$

b)



$$\left(\frac{\dot{Q}_Z}{\epsilon_{E2}}\right)_{1E2} = \frac{\left(\frac{T_1}{100}\right)^4 - \left(\frac{T_2}{100}\right)^4}{\frac{1}{d\pi \cdot C_{1E}} + \frac{1}{d_E \pi \cdot C_{E2}}} \cdot L = \dots = \frac{\left(\frac{573}{100}\right)^4 - \left(\frac{323}{100}\right)^4}{\frac{1}{0.1 \cdot \pi \cdot 4.24} + \frac{1}{0.2 \cdot \pi \cdot 4.7}} \cdot 1 = 693.8 \text{ W}$$

$$C_{1E} = C_c \epsilon_{1E} = 4.24 \frac{W}{m^2 K^4} \quad \epsilon_{1E} = \frac{1}{\frac{1}{\epsilon_1} + \frac{A_1}{A_E} \left(\frac{1}{\epsilon_E} - 1 \right)} = 0.75$$

$$A_E = d_E \pi \cdot L = 0.2 \cdot \pi \cdot 1 = 0.628 \text{ m}^2$$

$$C_{E2} = C_c \epsilon_{E2} = 4.7 \frac{W}{m^2 K^4} \quad \epsilon_{E2} = \frac{1}{\frac{1}{\epsilon_E} + \frac{A_E}{A_2} \left(\frac{1}{\epsilon_2} - 1 \right)} = 0.83$$

c)

U trenutku uspostavljanja stacionarnog rečima kretanja toplove postavljamo

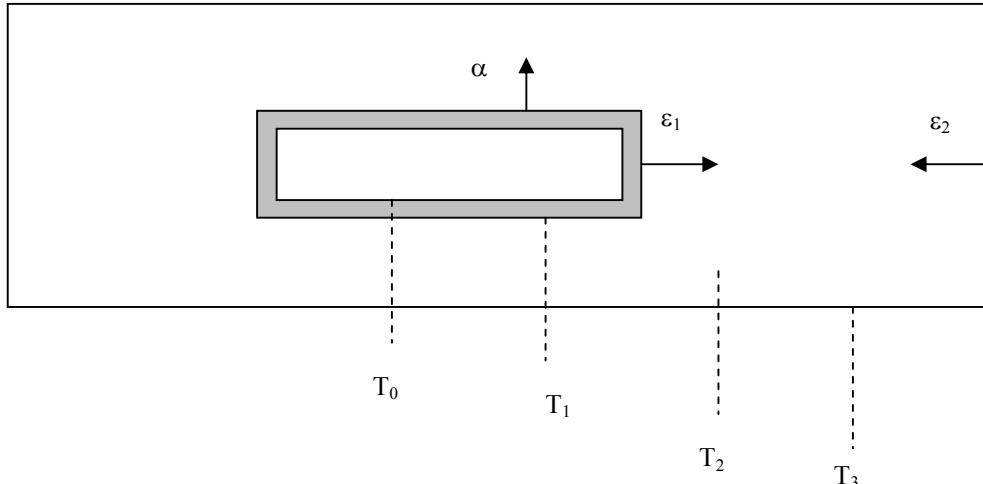
toplotni bilans za topotni ekran: $\left(\frac{\dot{Q}_Z}{\epsilon_{1E}}\right)_{1E} = \left(\frac{\dot{Q}_Z}{\epsilon_{E2}}\right)_{E2}$ odakle sledi da je:

$$T_E = \sqrt[4]{\frac{C_{1E} \cdot d \cdot T_1^4 + C_{E2} \cdot d_E \cdot T_2^4}{C_{1E} \cdot d + C_{E2} \cdot d_E}} = \sqrt[4]{\frac{4.24 \cdot 0.1 \cdot 573^4 + 4.7 \cdot 0.2 \cdot 323^4}{4.24 \cdot 0.1 + 4.7 \cdot 0.2}} = 450 \text{ K}$$

1.13. U industrijskoj hali nalazi se pe} od valjanog ~eli~nog lima ($\varepsilon_1=0.57$) ukupne povr{ine $A=2.5 \text{ m}^2$. Temperatura spolja{ne povr{i pe}i je $t=160^\circ\text{C}$, a okolnog vazduha i unutra{nijih povr{i zidova hale $t=15^\circ\text{C}$. Koeficijent prelaza toplove sa spolja{ne povr{i pe}i na vazduh u hali je $\alpha=13.13 \text{ W}/(\text{m}^2\text{K})$. Odrediti:

- ukupan toplotni protok (zra~enje + prelaz) koji odaje spolja{na povr{ina pe}i
- temperaturu unutra{nje povr{i pe}i ako je debljina zida pe}i $\delta=20 \text{ mm}$, a koeficijent topotne provodljivost zida pe}i $\lambda=50 \text{ W}/(\text{m}^2\text{K})$

a)



$$\left(\dot{\bar{Q}} \right)_{\Sigma} = \left(\dot{\bar{Q}}_{\text{PRELAZ}} \right)_{12} + \left(\dot{\bar{Q}}_{\text{ZRA~ENJE}} \right)_{12} = \dots = 4760 + 2240 = 7000 \text{ W}$$

$$\left(\dot{\bar{Q}}_{\text{PRELAZ}} \right)_{12} = \frac{T_1 - T_2}{\frac{1}{\alpha}} \cdot A_1 = \frac{160 - 15}{\frac{1}{13.13}} \cdot 2.5 = 4760 \text{ W}$$

$$\left(\dot{\bar{Q}}_{\text{ZRA~ENJE}} \right)_{12} = \frac{\left(\frac{T_1}{100} \right)^4 - \left(\frac{T_3}{100} \right)^4}{\frac{1}{C_{13}}} \cdot A_1 = \frac{\left(\frac{433}{100} \right)^4 - \left(\frac{288}{100} \right)^4}{\frac{1}{3.23}} \cdot 2.5 = 2240 \text{ W}$$

$$\varepsilon_{13} = \varepsilon_1 = 0.57 \quad (A_1 \ll A_3)$$

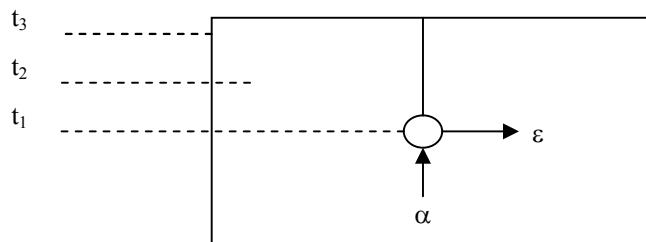
$$C_{13} = C_c \varepsilon_{13} = 5.67 \cdot 0.57 = 3.23 \frac{\text{W}}{\text{m}^2\text{K}^4}$$

b)

$$\left(\dot{\bar{Q}}\right)_{\Sigma} = \left(\dot{\bar{Q}}_{\text{PROVODJENJE}}\right)_{01} = \frac{T_0 - T_1}{\frac{\delta}{\lambda}} \cdot A \Rightarrow T_0 = T_1 + \frac{\left(\dot{\bar{Q}}\right)_{\Sigma}}{A} \cdot \frac{\delta}{\lambda} = 160.3^{\circ}\text{C}$$

$$T_0 = 160 + \frac{7000}{2.5} \cdot \frac{20 \cdot 10^{-3}}{50} = 160.3^{\circ}\text{C}$$

1.14. Temperatura vrelih gasova, koji se kreju kroz kanal, meri se pomoju temperaturske sonde ($\varepsilon_1=0.8$). Pri stacionarnim uslovima sonda pokazuje temperaturu $t_1 = 300^{\circ}\text{C}$. Temperatura povrzi zidova kanala je $t_3=200^{\circ}\text{C}$. Koeficijent prelaza topote sa vrelih gasova na povrzi sonde iznosi $\alpha=58 \text{ W}/(\text{m}^2\text{K})$. Odrediti stvarnu temperaturu vrelih gasova u kanalu ($t_2=?$).



toplotni bilans temperaturske sonde:

$$(q_{\text{zrajenje}})_{13} = (q_{\text{prelaz}})_{21}$$

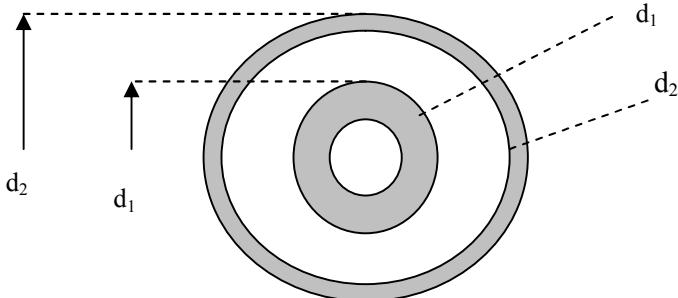
$$\frac{\left(\frac{T_1}{100}\right)^4 - \left(\frac{T_3}{100}\right)^4}{\frac{1}{C_{13}}} = \frac{T_2 - T_1}{\frac{1}{\alpha}} \Rightarrow T_2 = T_1 + \frac{\left(\frac{T_1}{100}\right)^4 - \left(\frac{T_3}{100}\right)^4}{\frac{1}{C_{13}}} \Rightarrow$$

$$T_2 = 573 + \frac{\left(\frac{573}{100}\right)^4 - \left(\frac{473}{100}\right)^4}{\frac{1}{4.54}} = 618 \text{ K } (345^{\circ}\text{C})$$

$$\varepsilon_{13} = \varepsilon_1 = 0.8 \quad (A_1 \ll A_3)$$

$$C_{13} = C_e \varepsilon_{13} = 5.67 \cdot 0.8 = 4.54 \frac{\text{W}}{\text{m}^2\text{K}^4}$$

1.15. U prostoru izmedju dve, koncentrično postavljene posrebrene cevi ostvaren je potpuni vakum. Temperatura na spoljašnjoj površini unutrašnje cevi, spoljašnje njegove prečnika $d_1 = 150$ mm, iznosi $t_1 = 600^\circ\text{C}$, a temperatura na unutrašnjoj površini spoljašnje cevi, unutrašnjeg njegove prečnika $d_2 = 200$ mm, iznosi $t_2 = 200^\circ\text{C}$. Emisivnost svake od dve posrebrene cevi je $\epsilon = 0.05$. Odrediti "ekvivalentnu" topotnu provodljivost materijala (λ), i ujedno bi se postavljenjem u prostor izmedju cevi, pri nepromjenjenim temperaturama i prečnicima cevi ostvarila ista linijska gustina topotnog protoka (topotni fluks, W/m)



$$(q_{\text{zrajenje}})_{12} = (q_{\text{provođenja}})_{12}$$

$$\frac{\left(\frac{T_1}{100}\right)^4 - \left(\frac{T_2}{100}\right)^4}{\frac{1}{d_1 \pi \cdot C_{12}}} = \frac{T_1 - T_2}{\frac{1}{2\pi \cdot \lambda} \ln \frac{d_2}{d_1}} \Rightarrow$$

$$\lambda = \frac{\left(\frac{T_1}{100}\right)^4 - \left(\frac{T_2}{100}\right)^4}{\frac{1}{d_1 \pi \cdot C_{12}}} \cdot \frac{\ln \frac{d_2}{d_1}}{2\pi \cdot (T_1 - T_2)} = \dots$$

$$C_{12} = C_c \epsilon_{12} = \dots = 5.67 \cdot 0.03 = 0.165 \frac{\text{W}}{\text{m}^2 \text{K}^4}$$

$$\epsilon_{12} = \frac{1}{\frac{1}{\epsilon_1} + \frac{A_1}{A_2} \left(\frac{1}{\epsilon_2} - 1 \right)} = \frac{1}{\frac{1}{\epsilon_1} + \frac{d_1}{d_2} \left(\frac{1}{\epsilon_2} - 1 \right)} = \frac{1}{\frac{1}{0.05} + \frac{0.15}{0.2} \left(\frac{1}{0.05} - 1 \right)} = 0.03$$

$$\lambda = \frac{\left(\frac{873}{100}\right)^4 - \left(\frac{473}{100}\right)^4}{\frac{1}{0.15 \cdot \pi \cdot 0.165}} \cdot \frac{\ln \frac{0.2}{0.15}}{2\pi \cdot (873 - 473)} = 0.047 \frac{\text{W}}{\text{mK}}$$

1.16. Cilindri~ni kolektor za vodenu paru, spolja{njeg pre~nika $d_1=275$ mm, nalazi se u velikoj prostoriji. Koeficijent emisije kolektora iznosi $\varepsilon_1=0.91$. Radi smanjenja toplotnih gubitaka usled zra~enja postavlja se osno postavljen toplotni {tit (ekran), zanemarljive debljine, koeficijenta emisije $\varepsilon_E=0.55$. Predpostavlju}i da se postavljanjem toplotnog {tit ne menja temperaturnu na spolja{noj povr{i kolektora i unutra{njoj povr{i zidova prostorije odrediti pre~nik toplotnog {tit (d_E), tako da je u odnosu na neza{ti}eni kolektor smanjenje toplotnih gubitaka 50%

$$(q_{zra~enje})_{12} = (q_{zra~enje})_{E2}$$

$$\frac{\left(\frac{T_1}{100}\right)^4 - \left(\frac{T_2}{100}\right)^4}{\frac{1}{d_1\pi \cdot C_{12}}} = 2 \cdot \frac{\left(\frac{T_1}{100}\right)^4 - \left(\frac{T_2}{100}\right)^4}{\frac{1}{d_1\pi \cdot C_{1E}} + \frac{1}{d_E\pi \cdot C_{E2}}}$$

$$\frac{1}{d_1\varepsilon_{12}} = \frac{2}{\frac{1}{d_1\varepsilon_{1E}} + \frac{1}{d_E\varepsilon_{E2}}} \Rightarrow \frac{1}{d_1\varepsilon_{12}} = \frac{2}{\frac{1}{\varepsilon_1} + \frac{d_1}{d_E} \left(\frac{1}{\varepsilon_E} - 1 \right) + \frac{1}{d_1\varepsilon_{E2}}} \Rightarrow$$

$$\frac{2}{d_1\varepsilon_1} = \frac{1}{d_1\varepsilon_1} + \frac{1}{d_E} \left(\frac{1}{\varepsilon_E} - 1 \right) + \frac{1}{d_E\varepsilon_E} \Rightarrow d_E = d_1 \cdot \varepsilon_1 \cdot \left(\frac{2}{\varepsilon_E} - 1 \right)$$

$$d_E = 0.275 \cdot 0.91 \cdot \left(\frac{2}{0.55} - 1 \right) = 0.659 \text{ m} = 659 \text{ mm}$$

napomena:

$$\varepsilon_{12} = \varepsilon_1 \quad (\ A_1 \ll A_2 \) \qquad \qquad \varepsilon_{E2} = \varepsilon_E \quad (\ A_E \ll A_2 \)$$

$$\varepsilon_{1E} = \frac{1}{\frac{1}{\varepsilon_1} + \frac{A_1}{A_E} \left(\frac{1}{\varepsilon_E} - 1 \right)} = \frac{1}{\frac{1}{\varepsilon_1} + \frac{d_1}{d_E} \left(\frac{1}{\varepsilon_E} - 1 \right)}$$

1.17. U vedroj letnjoj noći predmeti na zemljinoj površini razmenjuju topotnu energiju sa nebom kao da je apsolutno crno telo na temperaturi od $T_n = -233$ K. Odrediti koju će temperaturu imati galvanizovani gvozdeni krov ($\varepsilon_k = 0.28$) ako je temperatura vazduha $T_v = 300$ K i ako je koeficijent prelaza topote sa krova na vazduh konstantan i iznosi $\alpha = 30 \text{ W}/(\text{m}^2\text{K})$. Predpostaviti da je krov idealno izolovan sa donje strane.

topotni bilans krova:

$$(q_{\text{prelaz}})_{vk} = (q_{\text{zračenje}})_{kn}$$

$$\frac{T_v - T_k}{\frac{1}{\alpha}} = \frac{\left(\frac{T_k}{100}\right)^4 - \left(\frac{T_n}{100}\right)^4}{C_{kn}} \quad (1)$$

$$C_{kn} = C_c \varepsilon_{kn} = 1.59 \frac{\text{W}}{\text{m}^2\text{K}^4} \quad \varepsilon_{kn} = \varepsilon_k = 0.28 \quad (A_k \ll A_n)$$

Uvrštavanjem izračunate vrednosti za C_{kn} i zadatih vrednosti za T_v , T_n i α u jednačinu (1) dobija se: $1.59 \cdot 10^{-8} \cdot T_k^4 + 30 \cdot T_k - 9046.86 = 0$
tj. jednačina četvrtog stepena po nepoznatoj apsolutnoj temperaturi T_k . Ova se jednačina mora rešavati metodom probe i greške (postepeno približavanje).

Matematički alat će nam biti Njutnova metoda postepenog približavanja tj.

$$T_1 = T_0 - \frac{f(T_0)}{f'(T_0)}$$

T_0 – predpostavljena vrednost

T_1 – izračunata vrednost

$f(T_0)$ – vrednost funkcije za vrednost argumenta funkcije x_0

$f'(T_0)$ – vrednost prvog izvoda funkcije za vrednost argumenta funkcije x_0

$$f(T_k) = 1.59 \cdot 10^{-8} \cdot T_k^4 + 30 \cdot T_k - 9046.86 \quad f'(T_k) = 6.36 \cdot 10^{-8} \cdot T_k^3 + 30$$

	T_0 (K)	$f(T_0)$	$f'(T_0)$	T_1 (K)	kvalitet prepostavke
1. prepostavka	299	81.93	31.72	297.42	nije tačna
2. prepostavka	297.42	0.16	31.67	297.41	tačna

nakon dve prepostavke dobija se tačno rešenje $T_k = 297.4$ K

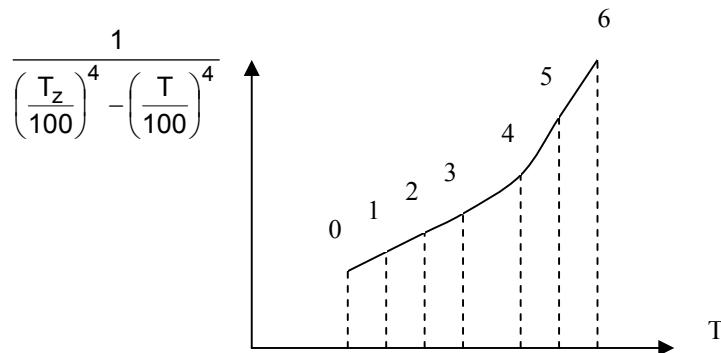
1.18. Gvozdena poluga ($c=0.5 \text{ kJ/kgK}$, $\varepsilon=0.78$, $\rho=7200 \text{ kg/m}^3$) oblika kvadra, dimenzija $15 \times 15 \times 30 \text{ cm}$ zagreva se u peći od silikatne opeke od $T_1=290 \text{ K}$ do $T_2=603 \text{ K}$. Temperatura unutrašnje površine je konstantna i iznosi $T_z=1373 \text{ K}$. Površina poluge je mnogo manja od površine zidova peći. Zanemarujući razmenu topote konvekcijom izračunati za koje vreme će se poluga zagrijati od t_1 do t_2 .

$$m \cdot c \cdot d(T - T_1) = \frac{\left(\frac{T_z}{100}\right)^4 - \left(\frac{T}{100}\right)^4}{\frac{1}{C_{12}}} \cdot A \cdot d\tau$$

$$\tau = \frac{m \cdot c}{C_{12} \cdot A} \cdot \int_{T_1}^{T_2} \frac{d(T - T_1)}{\left(\frac{T_z}{100}\right)^4 - \left(\frac{T}{100}\right)^4} = \frac{m \cdot c}{C_{12} \cdot A} \cdot I = \dots$$

Integral I se može rešiti analitički (primenom metode neodređenih koeficijenta), ali zbog relativno komplikovanog postupka biramo grafičku integraciju (primena trapezne formule) kao način rešavanja.

$T \text{ (K)}$	0	1	2	3	4	5	6
290	340	390	440	490	540	603	
$\frac{1}{\left(\frac{T_z}{100}\right)^4 - \left(\frac{T}{100}\right)^4}$	$2.820 \cdot 10^{-5}$	$2.825 \cdot 10^{-5}$	$2.832 \cdot 10^{-5}$	$2.844 \cdot 10^{-5}$	$2.860 \cdot 10^{-5}$	$2.883 \cdot 10^{-5}$	$2.923 \cdot 10^{-5}$



$$I = \left(\frac{603 - 296}{6} \right) \cdot \left(\frac{2.820 + 2.923}{2} + 2.825 + 2.832 + 2.844 + 2.86 + 2.883 \right) \cdot 10^{-5}$$

$$I = 8.93 \cdot 10^{-3} \text{ K}^3 \cdot \text{s}$$

$$m = \rho \cdot a \cdot b \cdot c = 7200 \cdot 0.015 \cdot 0.015 \cdot 0.03 = 48.6 \text{ kg}$$

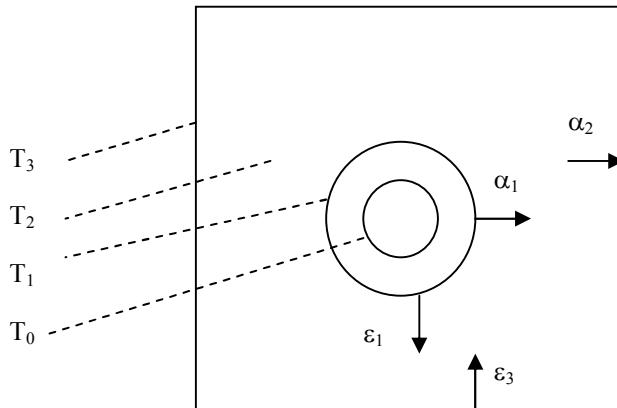
$$A = 2(a \cdot b + a \cdot c + b \cdot c) = 2(0.015 \cdot 0.015 + 0.015 \cdot 0.03 + 0.015 \cdot 0.015) = 0.225 \text{ m}^2$$

$$\varepsilon_{12} = \varepsilon = 0.8 \quad (A_{\text{poluga}} \ll A_{\text{pej}}) \quad C_{12} = C_c \varepsilon_{12} = 5.67 \cdot 0.8 = 4.42 \frac{\text{W}}{\text{m}^2 \text{K}^4}$$

$$\tau = \frac{m \cdot c}{C_{12} \cdot A} \cdot I = 218 \text{ s}$$

1.19. U kanalu kvadratnog poprečnog preseka ($a=600 \text{ mm}$) nalazi se ~eli~na cev $\varnothing=220/200 \text{ mm}$, $\lambda=46 \text{ W/mK}$. Kroz kanal proti~e suv vazduh. Temperatura spolja{nje povr{i cevi je $T_1=600 \text{ K}$, a unutra{nje povr{i zida je $T_3=300 \text{ K}$. Koeficijenti emisije zra~enja su $\varepsilon_1=0.81$ (za cev) i $\varepsilon_3=0.86$ (za zidove kanala). Koeficijent prelaza toplove sa cevi na vazduh je $\alpha_1=30 \text{ W/m}^2 \text{K}$. Odrediti:

- a) temperaturu vazduha u kanalu ($T_2=?$) ako su toplotni gubici spolja{nje povr{i cevi, radijacijom i konvekcijom jednaki
- b) temperaturu unutra{nje povr{i cevi ($T_0=?$)
- c) koeficijent prelaza toplove (α_2) sa vazduha na zidove kanala



a)

$$(q_{\text{prelaza}})_{12} = (q_{\text{zra~enje}})_{13}$$

$$\frac{\frac{T_1 - T_2}{1}}{\frac{d_s \pi \cdot \alpha}{C_{13}}} = \frac{\left(\frac{T_1}{100}\right)^4 - \left(\frac{T_3}{100}\right)^4}{1} \Rightarrow T_2 = T_1 - \frac{\left(\frac{T_1}{100}\right)^4 - \left(\frac{T_3}{100}\right)^4}{\frac{\alpha}{C_{13}}} = \dots$$

$$C_{13} = C_c \varepsilon_{13} = \dots = 5.67 \cdot 0.8 = 4.42 \frac{W}{m^2 K^4}$$

$$\varepsilon_{13} = \frac{1}{\frac{1}{\varepsilon_1} + \frac{A_1}{A_3} \left(\frac{1}{\varepsilon_3} - 1 \right)} = \frac{1}{\frac{1}{\varepsilon_1} + \frac{d_s \pi}{4 \cdot a} \left(\frac{1}{\varepsilon_2} - 1 \right)} = \frac{1}{\frac{1}{0.81} + \frac{0.22 \cdot \pi}{4 \cdot 0.6} \left(\frac{1}{0.86} - 1 \right)} = 0.78$$

$$A_1 = d_s \pi \cdot L$$

$$A_3 = 4a \cdot L$$

$$T_2 = 600 - \frac{\left(\frac{600}{100}\right)^4 - \left(\frac{300}{100}\right)^4}{\frac{30}{4.42}} = 421 \text{ K}$$

b)

$$(q_{\text{provo~enje}})_{01} = (q_{\text{prelaza}})_{12} + (q_{\text{zra~enje}})_{13} \Rightarrow (q_{\text{provo~enje}})_{01} = 2 \cdot (q_{\text{prelaza}})_{12}$$

$$\frac{\frac{T_0 - T_1}{1}}{\frac{1}{2\pi \cdot \lambda} \ln \frac{d_s}{d_u}} = 2 \cdot \frac{\frac{T_1 - T_2}{1}}{\frac{d_s \pi \cdot \alpha}{C_{13}}} \Rightarrow T_0 = T_1 - 2 \cdot \frac{\frac{T_1 - T_2}{1}}{\frac{1}{d_s \pi \cdot \alpha}} \cdot \frac{\ln \frac{d_s}{d_u}}{2\pi \cdot \lambda} \Rightarrow$$

$$T_0 = 600 - 2 \cdot \frac{600 - 421}{1} \cdot \frac{\ln \frac{0.22}{0.2}}{\frac{2\pi \cdot 46}{0.22 \cdot \pi \cdot 30}} = 602.4 \text{ K}$$

c)

$$\left(\dot{Q}_{\text{prelaz}} \right)_{12} = \left(\dot{Q}_{\text{prelaz}} \right)_{23}$$

$$\frac{\frac{T_1 - T_2}{1} \cdot L}{\frac{d_s \pi \cdot \alpha_1}{C_{13}}} = \frac{\frac{T_2 - T_3}{1} \cdot a \cdot L \cdot 4}{\alpha_2} \Rightarrow \alpha_2 = \frac{\frac{T_1 - T_2}{1}}{\frac{d_s \pi \cdot \alpha_1}{C_{13}}} \cdot \frac{1}{4a \cdot (T_2 - T_3)} \Rightarrow$$

$$\alpha_2 = \frac{600 - 421}{1} \cdot \frac{1}{4 \cdot 0.6 \cdot (421 - 300)} = 12.8 \frac{W}{m^2 K}$$

1.20. U duplikatoru za komljenje treba zagrejati $m_k=10$ t kukuruzne komine specifi~ne toplote ($c_k=4 \text{ kJ/kgK}$) od $t_1=20^\circ\text{C}$ do $t_2=70^\circ\text{C}$, za vreme od $\tau=50$ minuta. Grejni medijum je suvozasi} ena vodena para temperature $t_p=140^\circ\text{C}$, koja se iz duplih zidova izvodi kao neprehla|en kondenzat.

Temperatura spolja {njeg zida duplikatora je $t_d=80^\circ\text{C}$, a temperatura vazduha u prostoriji u kojoj se vr{i komljenje kao i zidova prostorije iznosi $t_v=t_z=30^\circ\text{C}$. Povr{ina duplikatora je $A=20 \text{ m}^2$.

Koeficijent prelaza toplotne sa duplikatora na vazduh u prostoriji iznosi $\alpha=7 \text{ W/(m}^2\text{K)}$. Duplikator je napravljen od ~elika ($\varepsilon=0.8$). Odrediti:

- toplotne gubitke duplikatora usled prelaza toplotne i zra~enja toplotne (MJ)
- potrebnu koli~inu grejne pare (kg)

a)

$$\text{gubici toplotne prelazom: } \left(Q \right)_{\text{prelaz}} = \frac{T_d - T_v}{\frac{1}{\alpha}} \cdot A \cdot \tau = 21 \text{ MJ}$$

$$\text{gubici toplotne zra~enjem: } \left(Q \right)_{\text{zra~enje}} = \frac{\left(\frac{T_d}{100} \right)^4 - \left(\frac{T_z}{100} \right)^4}{C_{12}} \cdot A \cdot \tau = 19.2 \text{ MJ}$$

$$\varepsilon_{12} = \varepsilon = 0.8 \quad (A_d \ll A_z)$$

$$C_{12} = C_c \varepsilon_{12} = 4.5 \frac{\text{W}}{\text{m}^2\text{K}^4}$$

$$\text{ukupni gubici toplotne: } \left(Q \right)_{\text{gubici}} = \left(Q \right)_{\text{prelaz}} + \left(Q \right)_{\text{zra~enje}} = 40.2 \text{ MJ}$$

b)

$$\text{toplotni bilans duplikatora: } \left(Q \right)_{\text{para}} = \left(Q \right)_{\text{komin a}} + \left(Q \right)_{\text{gubici}}$$

$$\left(Q \right)_{\text{para}} \quad \text{- koli~ina toplotne koju oslobodi para}$$

$$\left(Q \right)_{\text{komin a}} \quad \text{- toplotna zagrevanje komine od } t_1 = 20^\circ\text{C} \text{ do } t_2 = 70^\circ\text{C}$$

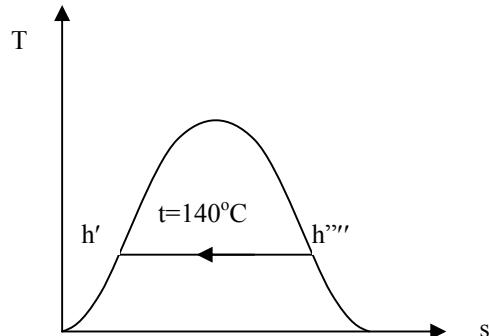
$$\left(Q \right)_{\text{gubici}} \quad \text{- toplotni gubici duplikatora ka okolini}$$

$$\left(Q \right)_{\text{komina}} = m_k \cdot c_k \cdot (t_2 - t_1) = 2000 \text{ MJ}$$

promena stanja pare u duplim zidovima duplikatora:

$$h' = 589 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}} \quad (t=140^\circ\text{C})$$

$$h'' = 2734 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}} \quad (t=140^\circ\text{C})$$



$$\left(Q \right)_{\text{para}} = m_p \cdot (h'' - h') \Rightarrow m_p = \frac{\left(Q \right)_{\text{gubici}} + \left(Q \right)_{\text{komina}}}{h'' - h'} = 951 \text{ kg}$$

zadatak za ve`banje: (1.21.)

1.21. U zatvorenom sudu sa ravnim zidovima nalazi se $m_w = 1 \text{ kg}$ vode na temperaturi $T_{w1} = 77^\circ\text{C}$. Svuda okolo je vazduh temperature $T = 7^\circ\text{C}$. Temperatura vode u sudu u bilo kojem trenutku je ista po celoj zapremini. Povr{ina za razmenu topline iznosi $A = 0.01 \text{ m}^2$, a ukupan otpor kretanju

toplote sa vode na okolni vazduh iznosi: $R = \frac{1}{75} \frac{\text{m}^2\text{K}}{\text{W}}$. Odrediti temperaturu vode u sudu nakon

$\tau = 2$ sata razmene topline sa vazduhom. Smatrati da je specifi~na toplota vode konstantna veli~ina i da iznosi $c_w = 4.18 \frac{\text{kJ}}{\text{kgK}}$

re{enje: $T_{w2} = 27^\circ\text{C}$.

1.22. Tanka ploča visine $h=0.2$ m, {irine $a=0.5$ m, potopljena je, vertikalno, u veliki rezervoar sa vodom temperature $t_f = 20^\circ\text{C}$. Odrediti snagu grejača ugrađenog u ploču, potrebnog za održavanje temperature površine na $t_z = 60^\circ\text{C}$.

$$\dot{Q} = \frac{t_z - t_f}{1} \cdot a \cdot h \cdot 2 = \dots$$

1. korak: fizički parametri za vodu na temperaturi $t_f = 20^\circ\text{C}$

$$\lambda_f = 59.9 \cdot 10^{-2} \frac{\text{W}}{\text{mK}} \quad v_f = 1.006 \cdot 10^{-6} \frac{\text{m}^2}{\text{s}} \quad \beta_f = 1.82 \cdot 10^{-4} \frac{1}{\text{K}}$$

2. korak: karakteristike dužina vrste površine

$$l_k = h = 0.2 \text{ m}$$

3. korak: potrebni kriterijumi sličnosti

$$\frac{\beta_f \cdot g \cdot l_K^3 \cdot (T_z - T_f)}{v_f^2} = \frac{1.82 \cdot 10^{-4} \cdot 9.81 \cdot 0.2^3 \cdot (60 - 20)}{(1.006 \cdot 10^{-6})^2} = 5.65 \cdot 10^8$$

$$Pr_f = 7.02 \quad Pr_z = 2.98$$

$$4. \text{ korak : konstante u kriterijalnoj jednacini } Nu_f = C \left(\frac{Pr_f}{Pr_z} \right)^{0.25}$$

$$Gr_f \cdot Pr_f = 3.97 \cdot 10^9 \text{ turbulentno strujanje fluida u graničnom sloju}$$

$$C = 0.15 \quad n = 0.33$$

5. korak: izračunavanje Nuseltovog broja

$$Nu_f = 0.15 \left(3.97 \cdot 10^9 \right)^{0.33} \left(\frac{7.02}{2.98} \right)^{0.25} = 273.35$$

6. korak: izračunavanje koeficijenta prelaza topoteke (α)

$$\alpha = Nu_f \cdot \frac{\lambda_f}{l_K} = 273.35 \cdot \frac{59.9 \cdot 10^{-2}}{0.2} = 818.7 \frac{\text{W}}{\text{m}^2\text{K}}$$

$$\dot{Q} = \frac{60 - 20}{818.7} \cdot 0.5 \cdot 0.2 \cdot 2 = 6549.6 \text{ W}$$

1.23. Odrediti ukupnu povr{insku gustinu toplotnog protoka (topljeni fluks) sa spolja{ne povr{i vertikalnog zida neke pe}i, na okolini prividno miran vazduh, stalne temperature $t_f=20^\circ\text{C}$. Temperatura spolja{ne povr{ine pe}i je $t_z=80^\circ\text{C}$. Predpostaviti da je strujanje vazduha u grani~nom sloju turbulentno po celoj visini zida.

$$q = \frac{T_z - T_f}{\frac{1}{\alpha}} = \dots$$

$$\alpha = Nu_f \frac{\lambda_f}{l_K} = C (Gr_f \cdot Pr_f)^n \cdot \left(\frac{Pr_f}{Pr_A} \right)^{0.25} \cdot \frac{\lambda_f}{l_K} = \dots$$

fizi~ki parametri za vazduh na temperaturi $t_f=20^\circ\text{C}$

$$\lambda_f = 2.59 \cdot 10^{-2} \frac{\text{W}}{\text{mK}} \quad v_f = 15.06 \cdot 10^{-6} \frac{\text{m}^2}{\text{s}} \quad \beta_f = \frac{1}{T_f} = \frac{1}{293} = 3.41 \cdot 10^{-3} \frac{1}{\text{K}}$$

potrebni kriterijumi sli~nosti:

$$Pr_f = 0.703 \quad Pr_z = 0.692$$

konstante u kriterijalnoj jedna~ina za prirodnu konvekciju

$$C=0.15 \quad n=0.33 \text{ (turbulentno strujanje u grani~nom sloju)}$$

$$\alpha = 0.15 \cdot \left(\frac{\beta_f \cdot g \cdot l_k^3 \cdot (t_z - t_f) \cdot Pr_f}{v_f^2} \right)^{0.33} \cdot \left(\frac{Pr_f}{Pr_z} \right)^{0.25} \cdot \frac{\lambda_f}{l_K} \Rightarrow \dots$$

$$\alpha = 0.15 \cdot \left(\frac{\beta_f \cdot g \cdot (t_z - t_f) \cdot Pr_f}{v_f^2} \right)^{0.33} \cdot \left(\frac{Pr_f}{Pr_z} \right)^{0.25} \cdot \lambda_f = \dots$$

$$\alpha = 0.15 \cdot \left(\frac{3.41 \cdot 10^{-3} \cdot 9.81 \cdot (80 - 20)}{(15.06 \cdot 10^{-6})^2} \cdot 0.703 \right)^{0.33} \cdot \left(\frac{0.703}{0.692} \right)^{0.25} \cdot 2.59 \cdot 10^{-2} = 6.63 \frac{\text{W}}{\text{m}^2\text{K}}$$

$$q = \frac{80 - 20}{6.63} = 397.8 \frac{\text{W}}{\text{m}^2}$$

1.24. Ukupan toplotni protok koji odaje horizontalna cev ($\varepsilon=0.75$) spolja je njeg prenika $d_s=80$ mm iznosi 500 W. Ako srednja temperatura spolja je površi i cevi iznosi $T_1=80^\circ\text{C}$, temperatura mirnog okolnog vazduha $T_2=20^\circ\text{C}$ i temperatura unutrašnjosti površi i zidova velike prostorije u kojoj se cev nalazi $T_3=15^\circ\text{C}$, odrediti:

- a) dužinu cevi
- b) ukupan toplotni protok koji odaje ista ova cev kada bi je postavili vertikalno

a)

$$\begin{aligned} \left(\dot{\bar{Q}}\right)_\Sigma &= \left(\dot{\bar{Q}}_{\text{prelaz}}\right)_{12} + \left(\dot{\bar{Q}}_{\text{zrajenje}}\right)_{12} = \frac{T_1 - T_2}{d_S \pi \alpha} \cdot L + \frac{\left(\frac{T_1}{100}\right)^4 - \left(\frac{T_3}{100}\right)^4}{\frac{1}{d_S \pi \cdot C_{13}}} \cdot L \\ \left(\dot{\bar{Q}}\right)_\Sigma &= \frac{L}{d_S \pi \left\{ \alpha \cdot (T_1 - T_2) + C_{13} \cdot \left[\left(\frac{T_1}{100}\right)^4 - \left(\frac{T_3}{100}\right)^4 \right] \right\}} = \dots \\ L &= \frac{W}{m^2 K^4} \\ \varepsilon_{13} = \varepsilon_1 &= 0.75 (A_1 \ll A_3) \quad C_{13} = C_c \quad \varepsilon_{13} = 5.67 \quad 0.75 = 4.26 \end{aligned}$$

1. korak: fizički parametri za vazduh na temperaturi $t_f=20^\circ\text{C}$

$$\lambda_f = 2.59 \cdot 10^{-2} \frac{W}{mK} \quad v_f = 15.06 \cdot 10^{-6} \frac{m^2}{s} \quad \beta_f = \frac{1}{T_f} = \frac{1}{293} = 3.41 \cdot 10^{-3} \frac{1}{K}$$

2. korak: karakteristika dužine vrste površi

$$l_k = d_s = 80 \text{ mm}$$

3. korak: potrebni kriterijumi sličnosti

$$Gr_f = \frac{\beta_f \cdot g \cdot l_K^3 \cdot (T_z - T_f)}{v_f^2} = \frac{3.41 \cdot 10^{-3} \cdot 9.81 \cdot 0.08^3 \cdot (80 - 20)}{(2.59 \cdot 10^{-2})^2} = 4.54 \cdot 10^6$$

$$Pr_f = 0.703 \quad Pr_z = 0.692$$

$$4. \text{ korak: konstante u kriterijalnoj jednolini} \quad Nu_f = C \left(\frac{Pr_f}{Pr_z} \right)^n \left(\frac{Pr_f}{Pr_z} \right)^{0.25}$$

$$Gr_f \cdot Pr_f = 3.19 \cdot 10^6 \text{ laminarno strujanje fluida u graničnom sloju}$$

C= 0.5

n=0.25

5. korak: izra~unavanje Nuseltovog broja

$$Nu_f = 0.5 \left(3.19 \cdot 10^6 \right)^{0.25} \left(\frac{0.703}{0.692} \right)^{0.25} = 21.21$$

6. korak: izra~unavanje koeficijenta prelaza topote (α)

$$\alpha = Nu_f \frac{\lambda_f}{l_K} = 21.21 \frac{2.59 \cdot 10^{-2}}{80 \cdot 10^{-3}} = 6.87 \frac{W}{m^2 K}$$

$$L = \frac{500}{0.08\pi \left\{ 6.87 \cdot (80 - 20) + 4.26 \cdot \left[\left(\frac{353}{100} \right)^4 - \left(\frac{288}{100} \right)^4 \right] \right\}} = 2.55 \text{ m}$$

b)

$$\left(\frac{dQ}{dl} \right)_{\Sigma} = \frac{\frac{T_1 - T_2}{1}}{d_S \pi \cdot \alpha'} + \frac{\frac{\left(\frac{T_1}{100} \right)^4 - \left(\frac{T_3}{100} \right)^4}{1}}{d_S \pi \cdot C_{13}} = ... = 480 \text{ W}$$

$$\alpha' = ?$$

$$l'_K$$

2. korak: $= L = 2.55 \text{ m}$

$$3. korak: Gr_f' = \frac{3.41 \cdot 10^{-3} \cdot 9.81 \cdot 2.55^3 \cdot (80 - 20)}{(2.59 \cdot 10^{-2})^2} = 1.47 \cdot 10^{11}$$

4.korak: $Gr_f' \cdot Pr_f = 1.03 \cdot 10^{11}$ turbulentno strujanje fluida u grani~nom sloju

$$C = 0.15 \quad n = 0.33$$

$$5. korak: Nu_f' = 0.15 \left(1.03 \cdot 10^{11} \right)^{0.33} \left(\frac{0.703}{0.692} \right)^{0.25} = 649.21$$

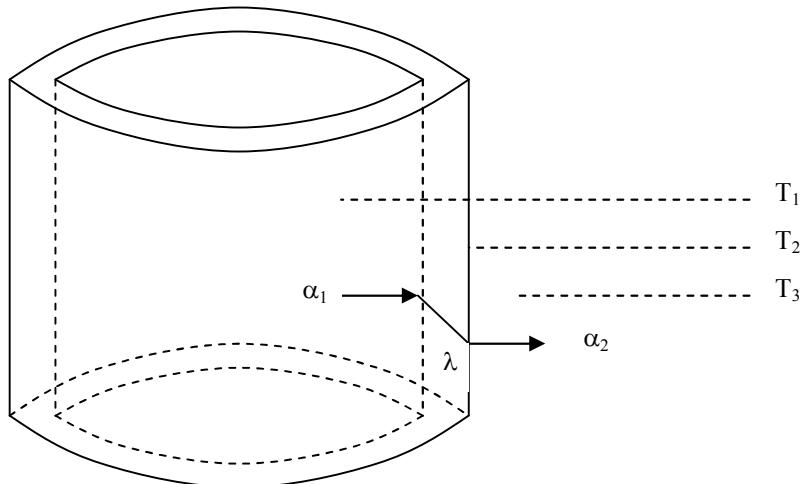
$$6. korak: \alpha' = 649.21 \frac{2.59 \cdot 10^{-2}}{2.55} = 6.59 \frac{W}{m^2 K}$$

$$\left(\begin{matrix} \cdot \\ Q' \end{matrix} \right)_{\Sigma} = \frac{\frac{80 - 20}{1} \cdot 2.55 + \frac{\left(\frac{353}{100} \right)^4 - \left(\frac{288}{100} \right)^4}{\frac{1}{0.08\pi \cdot 4.26}} \cdot 2.55}{0.08\pi \cdot 6.59} = 489 \text{ W}$$

1.25. Kućišni bojler prečnika 500/450 mm i visine H=1.5 m postavljen je vertikalno u prostoriju u kojoj temperatura vazduha iznosi 20°C i termostatiran je na 80°C . Ako je temperatura spoljašnje površi zida bojlera 40°C , odrediti:

- toplotne gubitke bojlera (W)
- koeficijent prolaza toplove sa vode na okolni vazduh
- procentualno smanjenje koeficijenta prolaza toplove koje nastane posle izvesnog vremena usled taloženja kamenca na unutrašnjoj površi zida bojlera, pri čemu temperatura spoljašnje površi zida bojlera iznosi 36°C

Smatrati da koeficijenti prelaza toplove sa obe strane ostaju konstantni i zanemariti razmenu toplove kroz donju i gornju osnovu bojera.



a)

$$\dot{Q} = \frac{T_2 - T_3}{\frac{1}{d_s \pi \cdot \alpha_2}} \cdot H = \dots$$

$$\alpha_2 = ?$$

1. korak: fizički parametri za vazduh na temperaturi $t_f = 20^\circ\text{C}$

$$\lambda_f = 2.59 \cdot 10^{-2} \frac{\text{W}}{\text{mK}} \quad v_f = 15.06 \cdot 10^{-6} \frac{\text{m}^2}{\text{s}} \quad \beta_f = \frac{1}{T_f} = \frac{1}{293} = 3.41 \cdot 10^{-3} \frac{1}{\text{K}}$$

2. korak: karakteristika dužina ~vrste površi

$$l_k = H = 1.5 \text{ m}$$

3. korak: potrebni kriterijumi sličnosti

$$Gr_f = \frac{\beta_f \cdot g \cdot l_K^3 \cdot (T_2 - T_3)}{v_f^2} = \frac{3.41 \cdot 10^{-3} \cdot 9.81 \cdot 1.5^3 \cdot (40 - 20)}{(2.59 \cdot 10^{-2})^2} = 9.96 \cdot 10^9$$

$$Pr_f = 0.703 \quad Pr_z = 0.699$$

$$4. \text{ korak : konstante u kriterijalnoj jednacini } Nu_f = C \left(\frac{Pr_f}{Pr_z} \right)^{0.25}$$

$$Gr_f \cdot Pr_f = 9.96 \cdot 10^9 \text{ turbulentno strujanje fluida u graničnom sloju}$$

$$C = 0.15 \quad n = 0.33$$

5. korak: izračunavanje Nuseltovog broja

$$Nu_f = 0.15 \cdot (9.96 \cdot 10^9)^{0.33} \cdot \left(\frac{0.703}{0.699} \right)^{0.25} = 266.44$$

6. korak: izračunavanje koeficijenta prelaza toplotne (α)

$$\alpha = Nu_f \cdot \frac{\lambda_f}{l_K} = 266.44 \cdot \frac{2.59 \cdot 10^{-2}}{1.5} = 4.6 \frac{W}{m^2 K}$$

$$\dot{Q} = \frac{\frac{40 - 20}{1}}{0.5\pi \cdot 4.6} \cdot 1.5 = 216.77 \text{ W}$$

b)

$$\dot{Q} = \frac{T_1 - T_3}{k} \cdot H \Rightarrow k = \frac{\dot{Q}}{(T_1 - T_3) \cdot H} =$$

$$k = \frac{216.77}{(80 - 20) \cdot 1.5} = 2.41 \frac{W}{mK}$$

c)

$$\dot{Q} = \frac{T_2 - T_3}{\frac{1}{d_s \pi \cdot \alpha_2}} \cdot H = \frac{36 - 20}{\frac{1}{0.5\pi \cdot 4.6}} \cdot 1.5 = 173.42 \text{ W}$$

$$\dot{Q} = \frac{T_1 - T_3}{\frac{1}{k'}} \cdot H \quad \Rightarrow \quad k' = \frac{\dot{Q}}{(T_1 - T_3) \cdot H} = \frac{173.42}{(80 - 20) \cdot 1.5} = 1.93 \frac{\text{W}}{\text{mK}}$$

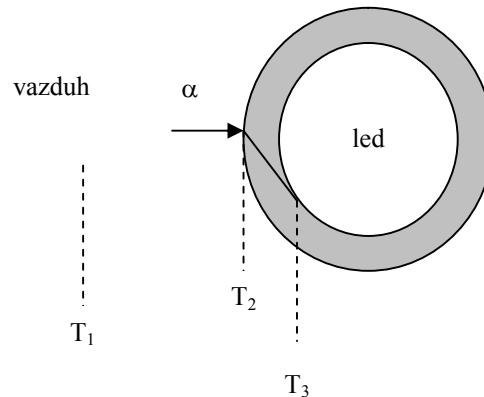
$$k : 100 = (k - k') : x \quad \Rightarrow \quad x = \left(1 - \frac{k'}{k}\right) \cdot 100 = \left(1 - \frac{1.93}{2.41}\right) \cdot 100 = 20 \%$$

napomena:

Uočiti da se odnos $\frac{k'}{k}$ mogao izračunati i ne računajući vrednosti za k i k' ,

tako {to podelimo jedna-ine za \dot{Q} i \dot{Q}' i tako dobijamo $\frac{k'}{k} = \frac{\dot{Q}'}{\dot{Q}} = 0.8$

1.26. [upliji cilindar od stiropora ($\lambda=0.027 \text{ W/mK}$) unutra{njeg prečnika $d_u=0.2 \text{ m}$, spolja{njeg prečnika $d_s=0.3 \text{ m}$ i visine $H=1 \text{ m}$ napunjen je ledom. Temperatura okolnog vazduha je $T=303 \text{ K}$. Temperatura unutra{nje površine cilindra je 273 K . Zanemarujući razmenu topline kroz baze cilindra, odrediti toplotne dobitke cilindra (W)}



a)

$$\dot{Q} = \frac{T_1 - T_3}{\frac{1}{d_s \pi \cdot \alpha} + \frac{1}{2\pi \cdot \lambda} \ln \frac{d_s}{d_s}} \cdot H = \dots$$

$$\alpha = ?$$

1. korak: fizički parametri za vazduh na temperaturi $T_f = 303 \text{ K}$

$$\lambda_f = 2.67 \cdot 10^{-2} \frac{\text{W}}{\text{mK}} \quad v_f = 16.00 \cdot 10^{-6} \frac{\text{m}^2}{\text{s}} \quad \beta_f = \frac{1}{T_f} = \frac{1}{303} = 3.3 \cdot 10^{-3} \frac{1}{\text{K}}$$

2. korak: karakteristična dužina vrste površi

$$l_k = H = 1 \text{ m}$$

3. korak: potrebni kriterijumi sličnosti

$$pretpostavimo T_2 = 301 \text{ K}$$

$$Gr_f = \frac{\beta_f \cdot g \cdot l_k^3 \cdot (T_1 - T_2)}{v_f^2} = \frac{3.3 \cdot 10^{-3} \cdot 9.81 \cdot 1^3 \cdot (303 - 301)}{(16 \cdot 10^{-6})^2} = 2.53 \cdot 10^8$$
$$Pr_f = 0.701 \quad Pr_z = 0.701$$

$$4. \text{ korak : konstante u kriterijalnoj jednini } Nu_f = C \left(\frac{Pr_f}{Pr_z} \right)^{0.25}$$
$$Gr_f \cdot Pr_f = 1.77 \cdot 10^8 \text{ laminarno strujanje fluida u graničnom sloju}$$

$$C = 0.76 \quad n = 0.25$$

5. korak: izračunavanje Nuseltovog broja

$$Nu_f = 0.76 \left(1.77 \cdot 10^8 \right)^{0.25} = 87.66$$

6. korak: izračunavanje koeficijenta prelaza topote (α)

$$\alpha = \text{Nu}_f \frac{\lambda_f}{k} = 87.66 \cdot \frac{2.67 \cdot 10^{-2}}{1} = 2.34 \frac{W}{m^2 K}$$

provera prepostavke:

$$\frac{\frac{T_1 - T_2}{1}}{d_s \pi \cdot \alpha} \cdot H = \frac{\frac{T_2 - T_3}{1}}{2\pi \cdot \lambda} \ln \frac{d_s}{d_u} \Rightarrow T_2 = \frac{\frac{T_1 \cdot \frac{1}{2\pi \cdot \lambda} \ln \frac{d_s}{d_u} + T_3 \cdot \frac{1}{d_s \cdot \pi \cdot \alpha}}{1}}{\frac{1}{d_s \cdot \pi \cdot \alpha} + \frac{1}{2\pi \cdot \lambda} \ln \frac{d_s}{d_u}}$$

$$T_2 = \frac{\frac{303 \cdot \frac{1}{2\pi \cdot 0.027} \ln \frac{0.3}{0.2} + 273 \cdot \frac{1}{0.3 \cdot 2.34}}{1}}{\frac{1}{0.3 \cdot \pi \cdot 2.34} + \frac{1}{2\pi \cdot 0.027} \ln \frac{0.3}{0.2}} = 298.2 \text{ K, prepostavka neta~na !}$$

3. korak: potrebni kriterijumi sli~nosti

prepostavimo $T_2=298 \text{ K}$

$$Gr_f = \frac{\frac{\beta_f \cdot g \cdot l_K^3 \cdot (T_3 - T_2)}{v_f^2}}{= \frac{3.3 \cdot 10^{-3} \cdot 9.81 \cdot 1^3 \cdot (303 - 298)}{(16 \cdot 10^{-6})^2}} = 6.32 \cdot 10^8$$

$$Pr_f = 0.701 \quad Pr_z = 0.702$$

$$4. \text{ korak : konstante u kriterijalnoj jedna~ini } Nu_f = C \left(Gr_f \cdot Pr_f \right)^n$$

$$Gr_f \cdot Pr_f = 4.43 \cdot 10^8 \text{ laminarno strujanje fluida u grani~nom sloju}$$

$$C = 0.76 \quad n = 0.25$$

5. korak: izra~unavanje Nuseltovog broja

$$Nu_f = 0.76 \left(4.43 \cdot 10^8 \right)^{0.25} \left(\frac{0.701}{0.702} \right)^{0.25} = 110.26$$

6. korak: izra~unavanje koeficijenta prelaza topote (α)

$$\alpha = Nu_f \frac{\lambda_f}{l_K} = 110.26 \cdot \frac{2.67 \cdot 10^{-2}}{1} = 2.94 \frac{W}{m^2 K}$$

provera prepostavke:

$$T_2 = \frac{\frac{303 \cdot \frac{1}{2\pi \cdot 0.027} \ln \frac{0.3}{0.2} + 273 \cdot \frac{1}{0.3\pi \cdot 2.94}}{\frac{1}{0.3 \cdot \pi \cdot 2.94} + \frac{1}{2\pi \cdot 0.027} \ln \frac{0.3}{0.2}}}{= 299 \text{ K, pretpostavka neta~na !}}$$

3. korak: potrebni kriterijumi sli~nosti

pretpostavimo $T_2=299 \text{ K}$

$$\text{Gr}_f = \frac{\beta_f \cdot g \cdot l_K^3 \cdot (T_1 - T_2)}{v_f^2} = \frac{3.3 \cdot 10^{-3} \cdot 9.81 \cdot 1^3 \cdot (303 - 299)}{(16 \cdot 10^{-6})^2} = 5.06 \cdot 10^8$$

$$\text{Pr}_f = 0.701 \quad \text{Pr}_z = 0.702$$

$$4. \text{ korak : konstante u kriterijalnoj jedna~ini } \quad \text{Nu}_f = C \left(\frac{\text{Gr}_f \cdot \text{Pr}_f}{\text{Pr}_z} \right)^{0.25}$$

$$\text{Gr}_f \cdot \text{Pr}_f = 3.55 \cdot 10^8 \text{ laminarno strujanje fluida u grani~nom sloju}$$

$$C = 0.76 \quad n = 0.25$$

5. korak: izra~unavanje Nuseltovog broja

$$\text{Nu}_f = 0.76 \left(3.55 \cdot 10^8 \right)^{0.25} \left(\frac{0.701}{0.702} \right)^{0.25} = 104.32$$

6. korak: izra~unavanje koeficijenta prelaza toplotne (α)

$$\alpha = \text{Nu}_f \frac{\lambda_f}{l_K} = 104.32 \cdot \frac{2.67 \cdot 10^{-2}}{1} = 2.78 \frac{\text{W}}{\text{m}^2 \text{K}}$$

provera pretpostavke:

$$\frac{T_1 - T_2}{d_s \pi \cdot \alpha} \cdot H = \frac{T_2 - T_3}{2\pi \cdot \lambda} \ln \frac{d_s}{d_u} \Rightarrow T_2 = \frac{\frac{T_1 \cdot \frac{1}{2\pi \cdot \lambda} \ln \frac{d_s}{d_u} + T_3 \cdot \frac{1}{d_s \cdot \pi \cdot \alpha}}{\frac{1}{d_s \cdot \pi \cdot \alpha} + \frac{1}{2\pi \cdot \lambda} \ln \frac{d_s}{d_u}}}{=}$$

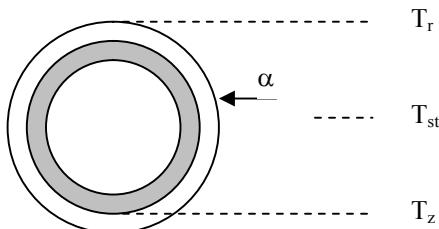
$$T_2 = \frac{\frac{303 \cdot \frac{1}{2\pi \cdot 0.027} \ln \frac{0.3}{0.2} + 273 \cdot \frac{1}{0.3 \cdot \pi \cdot 2.78}}{\frac{1}{0.3 \cdot \pi \cdot 2.78} + \frac{1}{2\pi \cdot 0.027} \ln \frac{0.3}{0.2}}}{= 299 \text{ K, pretpostavka ta~na !}}$$

stvarna vrednost koeficijenta prelaza topote je $\alpha=2.78 \frac{\text{W}}{\text{m}^2\text{K}}$

$$Q = \frac{30 - 0}{\frac{1}{0.3\pi \cdot 2.78} + \frac{1}{2\pi \cdot 0.027} \ln \frac{0.3}{0.2}} \cdot 1 = 10.82 \text{ W}$$

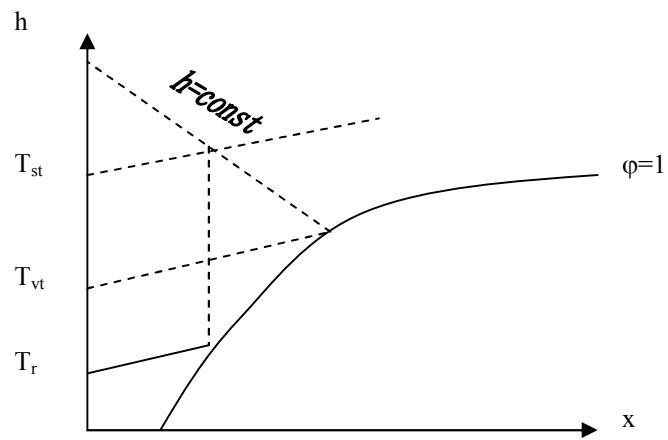
1.27. U cilindri~nom sudu spolja~njog pre~nika $d=1.5 \text{ m}$ i visine $h=3 \text{ m}$, vertikalno postavljenom, ~uva se fluid na niskoj temperaturi. Temperatura spolja~nje povr~i zida je $T_z=-10^\circ\text{C}$. Radi spre~avanja vla~enja spolja~nje povr~i zida sud se izoluje staklenom vunom ($\lambda=0.037 \text{ W/mK}$). Temperatura suvog i vla~nog termometra vazduha u prostoriji iznose $T_{st}=20^\circ\text{C}$ i $T_{vt}=11^\circ\text{C}$. Odrediti minimalnu debljinu izolacije potrebnu da se spe~i kondenzacija vodene pare iz vla~nog vazduha na spolja~njoj povr~i zida.

Pri izra~unavanju koeficijenta prelaza topote na sud sa vazduha koristiti fizi~ke parametre suvog vazduha.



Kondenzacija na spolja~njoj povr~ini izolacije se izbegava tako {to debljinom izolacionog sloja obezbedimo da temperatura spolja~nje povr~ine cilindra bude ve}a od temperature ta~ke rose za okolni vazduh.

Upotrebot Molijerovog h-x dijagrama za vla~an vazduh, odredimo temperaturu ta~ke rose za okolni vazduh: $T_r=3^\circ\text{C}$



$\alpha=?$

1. korak: fizi~ki parametri za vazduh na temperaturi $t_f = 20^\circ\text{C}$

$$\lambda_f = 2.59 \cdot 10^{-2} \frac{\text{W}}{\text{mK}} \quad v_f = 15.06 \cdot 10^6 \frac{\text{m}^2}{\text{s}} \quad \beta_f = \frac{1}{T_f} = 3.41 \cdot 10^{-3} \frac{1}{\text{K}}$$

2. korak: karakteristi~na du'ina ~vrste povr{i

$$l_k = h = 3 \text{ m}$$

3. korak: potrebnii kriterijumi sli~nosti

$$Gr_f = \frac{\beta_f \cdot g \cdot l_k^3 \cdot (T_{st} - T_r)}{v_f^2} = \frac{3.41 \cdot 10^{-3} \cdot 9.81 \cdot 3^3 \cdot (20 - 3)}{(2.59 \cdot 10^{-2})^2} = 6.77 \cdot 10^{10}$$

$$Pr_f = 0.703 \quad Pr_z = 0.707$$

$$4. \text{ korak : konstante u kriterijalnoj jedna~ini} \quad Nu_f = C \left(Gr_f \cdot Pr_f \right)^n \left(\frac{Pr_f}{Pr_z} \right)^{0.25}$$

$$Gr_f \cdot Pr_f = 4.76 \cdot 10^{10} \quad \text{turbulentno strujanje fluida u grani~nom sloju}$$

$$C = 0.15 \quad n = 0.33$$

5. korak: izra~unavanje Nuseltovog broja

$$Nu_f = 0.15 \left(4.76 \cdot 10^{10} \right)^{0.33} \left(\frac{0.703}{0.707} \right)^{0.25} = 500.13$$

6. korak: izra~unavanje koeficijenta prelaza toplove (α)

$$\alpha = Nu_f \cdot \frac{\lambda_f}{l_k} = 500.13 \cdot \frac{2.59 \cdot 10^{-2}}{3} = 4.32 \frac{\text{W}}{\text{m}^2\text{K}}$$

$$\frac{\frac{T_{st} - T_r}{1}}{D\pi \cdot \alpha} = \frac{\frac{T_r - T_z}{1}}{2\pi \cdot \lambda \ln \frac{D}{d}} \quad \dots \quad \Rightarrow \quad D - \frac{T_r - T_z}{T_{st} - T_r} \cdot \frac{2\lambda}{\alpha} \cdot \frac{1}{\ln \frac{D}{d}} = 0$$

Ova se jednačina mora rešavati metodom probe i greške (postepeno približavanje). Matematički alat će nam biti Njutnova metoda postepenog približavanja tj.

$$D_1 = D_0 - \frac{f(D_0)}{f'(D_0)}$$

D_0 - pretpostavljena vrednost

D_1 - izrađunata vrednost

$f(D_0)$ - vrednost funkcije za vrednost argumenta funkcije D_0

$f'(D_0)$ - vrednost prvog izvoda funkcije za vrednost argumenta funkcije D_0

$$f(D) = D - \frac{T_r - T_z}{T_{st} - T_r} \cdot \frac{2\lambda}{\alpha} \cdot \frac{1}{\ln \frac{D}{d}}$$

$$f'(D) = 1 + \frac{T_r - T_z}{T_{st} - T_r} \cdot \frac{2\lambda}{\alpha} \cdot \frac{1}{\left(\ln \frac{D}{d}\right)^2} \cdot \frac{1}{D}$$

	D_0 (m)	$f(D_0)$	$f'(D_0)$	D_1 (m)	kvalitet pretpostavke
1. pretpostavka	1.520	0.5310	50.12	1.509	nije tačna
2. pretpostavka	1.509	-0.6807	243.58	1.512	nije tačna
3. pretpostavka	1.512	-0.1319	136.45	1.512	tačna

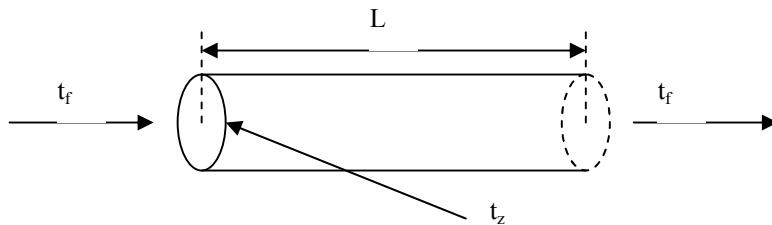
nakon tri pretpostavke dobija se tačno rešenje $D = 1.512$ m

$$\text{minimalna debljina izolacije je: } \delta = \frac{D - d}{2} = \frac{1.512 - 1.5}{2} = 0.006 \text{ m} = 6 \text{ mm}$$

1.28. Kroz cev unutra{njeg pre~nika $d=80$ mm struji transformatorsko ulje srednje temperature $t_f=50^\circ\text{C}$, srednjom brzinom $w=0.2$ m/s. Temperatura unutra{nje povr{i zidova cevi je $t_z=25^\circ\text{C}$. Ukupno razmenjen toplotni protok izmedju ulja i unutra{nje povr{i cevi iznosi 785 W. Odrediti du'ina cevi.

fizi~ki parametri za transformatorsko ulje:

	$\lambda \left(\frac{\text{W}}{\text{mK}} \right)$	$\rho \left(\frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \right)$	$\beta \left(\frac{1}{\text{K}} \right)$	$\mu (\text{Pa}\cdot\text{s})$	$c_p \left(\frac{\text{kJ}}{\text{kgK}} \right)$
$t=50^\circ\text{C}$	0.122	845	$69.5 \cdot 10^{-5}$	$9.9 \cdot 10^{-3}$	2.043
$t=25^\circ\text{C}$	0.123			$24 \cdot 10^{-3}$	1.918



$$\dot{Q} = \frac{t_f - t_z}{\frac{1}{d\pi \cdot \alpha}} \cdot L \quad \Rightarrow \quad L = \frac{\dot{Q}}{d\pi \cdot \alpha \cdot (t_f - t_z)} = \dots$$

2. korak: karakteristi~na du'ina ~vrste povr{i

$$l_k = 4 \cdot \frac{A}{O} = 4 \cdot \frac{\frac{d^2 \pi}{4}}{d\pi} = d = 80 \text{ mm}$$

3. korak: potrebiti kriterijumi sli~nosti

$$\begin{aligned} Re_f &= \frac{\rho_f \cdot w \cdot l_K}{\mu_f} = \frac{845 \cdot 0.2 \cdot 0.08}{9.9 \cdot 10^{-3}} = 1365.6 \quad (\text{Re}<2300, \text{laminarno strujanje}) \\ Gr_f &= \frac{\beta_f \cdot g \cdot l_K^3 \cdot (T_f - T_z) \cdot \rho_f^2}{\mu_f^2} = \frac{69.5 \cdot 10^{-5} \cdot 9.81 \cdot 0.08^3 \cdot (50 - 25) \cdot 845^2}{(9.9 \cdot 10^{-3})^2} = 6.36 \cdot 10^5 \\ Pr_f &= \frac{c_{pf} \cdot \mu_f}{\lambda_f} = \frac{2.043 \cdot 10^3 \cdot 9.9 \cdot 10^{-3}}{0.122} = 165.8 \\ Pr_z &= \frac{c_{pz} \cdot \mu_z}{\lambda_z} = \frac{1.918 \cdot 10^3 \cdot 24 \cdot 10^{-3}}{0.123} = 374.2 \\ Gr_f \cdot Pr_f &= 6.36 \cdot 10^5 \cdot 165.8 = 1.07 \cdot 10^8 > 8 \cdot 10^5 \quad (\text{viskozno gravitacioni re'imi}) \end{aligned}$$

$$C \cdot Re_f^m \cdot Pr_f^n \cdot Gr_f^p \left(\frac{Pr_f}{Pr_z} \right)^{0.25}$$

4. korak: konstante u kriterijalnoj jedna~ini: $Nu_f =$

$$C=0.15, m=0.33, n=0.43, p=0.1$$

5. korak: izra~unavanje Nuseltovog broja

$$Nu_f = 0.15 \cdot (1365.6)^{0.33} \cdot (165.8)^{0.43} \cdot (6.36 \cdot 10^5)^{0.1} \cdot \left(\frac{165.8}{374.2} \right)^{0.25} = 45.4$$

6. korak: izra~unavanje koeficijenta prelaza topote (α)

$$\alpha = Nu_f \cdot \frac{\lambda_f}{l_K} = 45.4 \cdot \frac{0.122}{80 \cdot 10^{-3}} = 69.2 \frac{W}{m^2 K}$$

$$L = \frac{Q}{d\pi \cdot \alpha \cdot (t_f - t_z)} = \frac{785}{0.08\pi \cdot 69.2 \cdot (50 - 25)} = 1.8 \text{ m}$$

$$\frac{L}{l_K} = \frac{1.8}{0.08} = 22.5 < 50 \Rightarrow \text{mora se vr{iti korekcija du`ine}$$

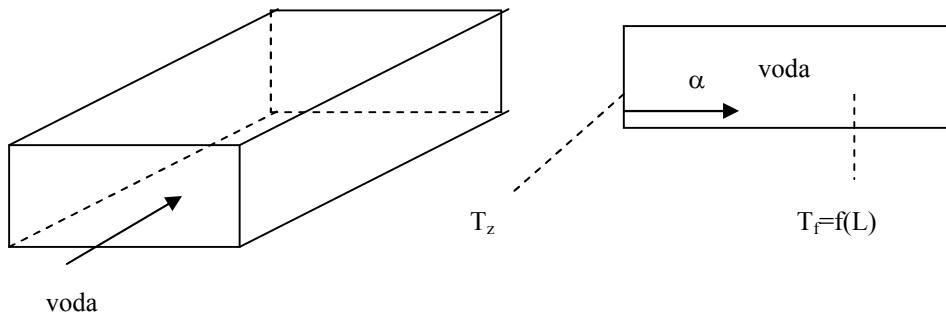
$$\varepsilon_L = f\left(\frac{L}{l_K}\right), \quad (\text{tabela za korekciju } \varepsilon_L \text{ pri laminarnom strujanju})$$

$$\frac{L}{l_K} = 22.5 \Rightarrow \varepsilon_L = 1.13$$

$$L' = \varepsilon_L \cdot L = \frac{1.8}{1.13} = 1.6 \text{ m} \quad (\text{stvarna du`ina cevi})$$

1.29. Kroz prav kanal pravougaonog popre~nog preseka, unutra{njih stranica $a=10$ mm $b=20$ mm, proti~e voda brzinom $w=1$ m/s. Temperatura vode na ulazu u kanal je $t_{w1}=10^\circ\text{C}$, a na izlazu $t_{w2}=70^\circ\text{C}$. Temperatura zidova kanala je $t_z=100^\circ\text{C}=\text{const}$. Odrediti:

- toplotni protok sa zidova kanala na vodu (kW)
- du~nu kanala



a)

$$\dot{Q} = \Delta \dot{H}_{\text{voda}} \quad \Rightarrow \quad \dot{Q} = \dot{m}_w \cdot c_w \cdot (t_{w2} - t_{w1}) = \dots$$

$$m_w = \rho_f \cdot w \cdot a \cdot b = \dots = 992.2 \cdot 1 \cdot 0.01 \cdot 0.02 = 0.2 \frac{\text{kg}}{\text{s}}$$

$$\rho_w = \rho_f = 992.2 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \quad c_w = c_{pf} = 4.174 \frac{\text{kJ}}{\text{kgK}}$$

$$(\text{fizi~ki parametri za vodu na srednjoj temperaturi vode } t = \frac{t_{w1} + t_{w2}}{2} = 40^\circ\text{C})$$

$$\dot{Q} = 0.2 \cdot 4.174 \cdot (70 - 10) = 49.7 \text{ kW}$$

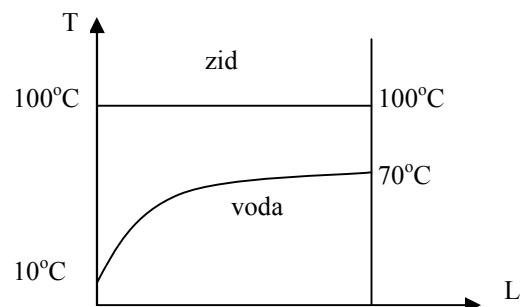
b)

$$\dot{Q} = \frac{\Delta T_{sr}}{1/\alpha} \cdot (2a + 2b) \cdot L \quad \Rightarrow \quad L = \frac{\dot{Q}}{\alpha \cdot \Delta T_{sr} \cdot 2 \cdot (a + b)} = \dots$$

$$\Delta T_{\max} = 90^\circ\text{C}$$

$$\Delta T_{\min} = 30^\circ\text{C}$$

$$\Delta T_{sr} = \frac{90 - 30}{\ln \frac{90}{30}} = 54.6^\circ\text{C}$$



1. korak: fizi~ki parametri za fluid na temperaturi $t_f = \frac{10 + 70}{2} = 40^\circ\text{C}$

$$\lambda_f = 63.5 \cdot 10^{-2} \frac{\text{W}}{\text{mK}}, \quad \rho_f = 992.2 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}, \quad \mu_f = 653.3 \cdot 10^{-6} \frac{\text{Pa}\cdot\text{s}}$$

2. korak: karakteristi~na du`ina ~vrste povr{i

$$l_k = 4 \cdot \frac{A}{O} = 4 \cdot \frac{a \cdot b}{2 \cdot (a+b)} = 4 \cdot \frac{0.01 \cdot 0.02}{2 \cdot (0.01+0.02)} = 13.33 \text{ mm}$$

3. korak: potrebni kriterijumi sli~nosti

$$Re_f = \frac{\rho_f \cdot w \cdot l_K}{\mu_f} = \frac{992.2 \cdot 1 \cdot 13.13 \cdot 10^{-3}}{653.3 \cdot 10^{-6}} = 2 \cdot 10^4 \quad (\text{turbulentno strujanje})$$

$$Pr_f = 4.31, \quad Pr_z = 1.75$$

$$C \cdot Re_f^m \cdot Pr_f^n \cdot Gr_f^p \left(\frac{Pr_f}{Pr_z} \right)^{0.25}$$

4. korak: konstante u kriterijalnoj jedna~ini: $Nu_f =$

$$C=0.021, \quad m=0.8, \quad n=0.43, \quad p=0$$

5. korak: izra~unavanje Nuseltovog broja

$$Nu_f = 0.021 \cdot (2 \cdot 10^4)^{0.8} \cdot (4.31)^{0.43} \cdot (Gr_f)^0 \cdot \left(\frac{4.31}{1.75} \right)^{0.25} = 136.1$$

6. korak: izra~unavanje koeficijenta prelaza toplove (α)

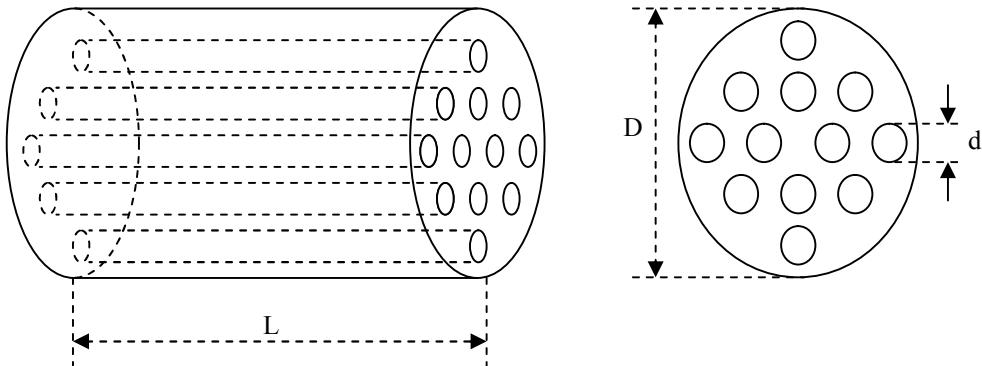
$$\alpha = Nu_f \cdot \frac{\lambda_f}{l_K} = 136.1 \cdot \frac{63.5 \cdot 10^{-2}}{13.33 \cdot 10^{-3}} = 6483.4 \frac{\text{W}}{\text{m}^2\text{K}}$$

$$L = \frac{49.7}{6.48 \cdot 54.6 \cdot 2 \cdot (0.01+0.02)} = 2.34 \text{ m}$$

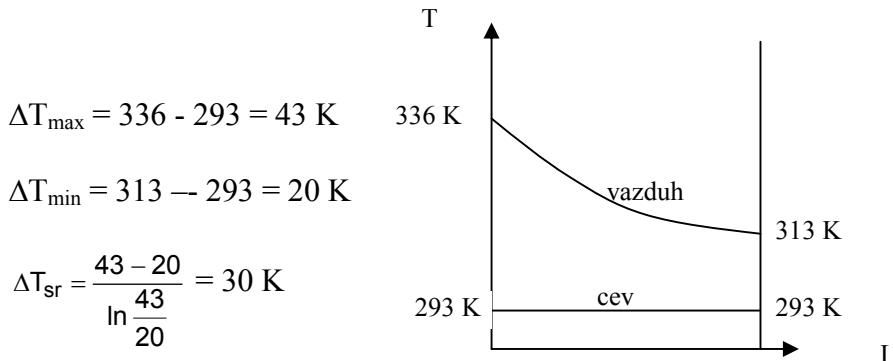
$$\frac{L}{I_K} = \frac{2.34}{13.33 \cdot 10^{-3}} = 175.5 > 50 \Rightarrow \text{ne vr{ i se korekcija du`ine}$$

1.30. Predajnik toplote se sastoji od cilindričnog, toplotno izolovanog omotača, unutrašnjeg prečnika $D=0.4$ m i snopa od $n=12$ pravih cevi, spoljašnjeg prečnika

$d=30$ mm. Poduzno, kroz prostor između omotača i cevi, struji suv vazduh i pritom biva izobarski, pri $p=1$ bar, hlađen od temperature $T_{f1}=336K$ do $T_{f2}=313K$. Odrediti dužinu predajnika topline, ako maseni protok vazduha iznosi $m=1kg/s$. Temperatura na spoljašnjoj cevi je stalna i iznosi $T_z=293K$.



$$\dot{Q} = \frac{\Delta T_{sr}}{1} \cdot L \cdot n \quad \Rightarrow \quad L = \frac{\dot{Q}}{d \cdot \pi \cdot \alpha \cdot \Delta T_{sr} \cdot n} = \dots$$



1. korak: fizički parametri za vazduh ($p=1$ bar, $T_f = \frac{T_{f1} + T_{f2}}{2} = 324.5 K$)

$$\lambda_f = 2.83 \cdot 10^{-2} \frac{W}{mK}$$

$$\rho_f = 1.093 \frac{kg}{m^3}$$

$$\mu_f = 19.6 \cdot 10^{-6} Pa\cdot s$$

$$c_{pf} = 1.005 \frac{kJ}{kgK}$$

2. korak: karakteristi~na du`ina ~vrste povr{i

$$l_{ek} = 4 \cdot \frac{A}{O} = 4 \cdot \frac{\frac{D^2 \pi}{4} - n \cdot \frac{d^2 \pi}{4}}{D\pi + n \cdot d\pi} = \frac{0.4^2 - 12 \cdot 0.03^2}{0.4 + 12 \cdot 0.03} = 0.196 \text{ m}$$

3. korak: izra~unavanje potrebnih kriterijuma sli~nosti

$$\dot{m} = \rho_f \cdot w \cdot \left(\frac{D^2 \pi}{4} - n \cdot \frac{d^2 \pi}{4} \right) \Rightarrow w = \frac{\dot{m}}{\rho_f \cdot \left(\frac{D^2 \pi}{4} - n \cdot \frac{d^2 \pi}{4} \right)}$$

$$w = \frac{1}{1.093 \cdot \left(\frac{0.4^2 \pi}{4} - 12 \cdot \frac{0.03^2 \pi}{4} \right)} = 7.8 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$Re_f = \frac{\rho_f \cdot w \cdot l_K}{\mu_f} = \frac{1.093 \cdot 7.8 \cdot 0.196}{19.6 \cdot 10^{-6}} = 8.53 \cdot 10^4$$

$$Pr_f = 0.698$$

$$Pr_z = 0.703$$

$$C \cdot Re_f^m \cdot Pr_f^n \cdot Gr_f^p \left(\frac{Pr_f}{Pr_z} \right)^{0.25}$$

4. korak: konstante u kriterijalnoj jedna~ini: $Nu_f =$

$$C=0.021, \quad m=0.8, \quad n=0.43, \quad p=0$$

5. korak: izra~unavanje Nuseltovog broja

$$Nu_f = 0.021 \cdot (8.53 \cdot 10^4)^{0.8} \cdot (0.698)^{0.43} \cdot (Gr_f)^0 \cdot \left(\frac{0.698}{0.703} \right)^{0.25} = 158.1$$

6. korak izra~unavanje koeficijenta prelaza toplove (α)

$$\alpha = Nu_f \cdot \frac{\lambda_f}{l_{ek}} = 158.1 \cdot \frac{2.83 \cdot 10^{-2}}{0.196} = 22.8 \frac{\text{W}}{\text{m}^2 \text{K}}$$

$$\dot{Q} = - \Delta H_{vazduh} = \dot{m} \cdot c_{pf} \cdot (T_{f2} - T_{f1}) = -1 \cdot 1.005 \cdot (313 - 336) = 23.1 \text{ kW}$$

$$L = \frac{23.1}{0.03 \cdot \pi \cdot 22.8 \cdot 10^{-3} \cdot 30 \cdot 12} = 29.86 \text{ m}$$

$$\frac{L}{I_{ek}} = \frac{29.86}{0.196} = 147.7 > 50 \Rightarrow \text{ne vr{i se korekcija du'ine}$$

1.31. Suvozasi}ena vodena para ($t=180^\circ\text{C}$) transportuje se kroz parovod na rastojanje od $L=4$ km. Parovod je napravljen od ~eli~nih cevi ($\lambda_1=50 \text{ W/mK}$), pre~nika ($\varnothing=100/80 \text{ mm}$) i izolovan je slojem staklene vune ($\lambda_2=0.04 \text{ W/mK}$) debljine $\delta=90 \text{ mm}$. Pra}jenje atmosferskih uslova pokazalo je da:

- maksimalna brzina vetra koji duva normalno na parovod je $w=10 \text{ m/s}$
- minimalna temperatura okolnog vazduha je -10°C

U parovod treba ugraditi kondenzacione lonce na drugom (2.) i ~etvrtom (4.) kilometru. Ukoliko gubici zra~enjem iznose 60% od gubitaka konvekcijom, a koeficijent prelaza topline sa strane pare koja se kondenzuje du` celog cevovoda iznosi $\alpha_1=9000 \text{ W/m}^2\text{K}$, odrediti potreban kapacitet kondenzacionih lonaca (kg/s). Pri izra~unavanju koeficijenta prelaza topline sa strane vazduha

$$\text{zanemariti popravku } \left(\frac{\Pr_f}{\Pr_z} \right)^{0.25}$$

razmenjen toplotni protok na prva dva kilometra ($L_1=2000 \text{ m}$):

$$\dot{Q}_1 = \left(\dot{Q}_{\text{prelaz}} \right)_{\text{prelaz}} + \left(\dot{Q}_{\text{zra~enje}} \right)_{\text{zra~enje}} = 1.6 \cdot \left(\dot{Q}_{\text{prelaz}} \right)_{\text{prelaz}}$$

$$\dot{Q}_1 = 1.6 \cdot \frac{T_{\text{para}} - T_{\text{vazduh}}}{\frac{1}{d_1 \pi \cdot \alpha_1} + \frac{1}{2\pi \cdot \lambda_1} \ln \frac{d_2}{d_1} + \frac{1}{2\pi \cdot \lambda_2} \ln \frac{d_3}{d_2} + \frac{1}{d_3 \pi \cdot \alpha_2}} \cdot L_1 = \dots$$

1. korak: fizi~ki parametri za vazduh ($t=-10^\circ\text{C}$)

$$\lambda_f = 2.36 \cdot 10^{-2} \frac{\text{W}}{\text{mK}} \quad v_f = 12.43 \cdot 10^{-6} \frac{\text{m}^2}{\text{s}}$$

2. korak: karakteristi~na du`ina ~vrste povr{i

$$l_{ek} = d_3 = 0.28 \text{ m}$$

3. korak: izra~unavanje potrebnih kriterijuma sli~nosti

$$Re_f = \frac{w \cdot l_K}{v_f} = \frac{10 \cdot 0.28}{12.43 \cdot 10^{-6}} = 2.25 \cdot 10^5 \quad Pr_f = 0.712$$

$$C \cdot Re_f^m \cdot Pr_f^n \cdot Gr_f^p \left(\frac{Pr_f}{Pr_z} \right)^{0.25}$$

4. korak: konstante u kriterijalnoj jedna~ini: $Nu_f =$

$$C=0.023, \quad m=0.8, \quad n=0.4, \quad p=0$$

5. korak: izra~unavanje Nuseltovog broja

$$\text{Nu}_f = 0.023 \cdot (2.25 \cdot 10^5)^{0.8} \cdot (0.712)^{0.4} \cdot (\text{Gr}_f)^0 \cdot 1 \\ = 384.1$$

6. korak izra~unavanje koeficijenta prelaza toplove (α)

$$\alpha = \text{Nu}_f \cdot \frac{\lambda_f}{l_{ek}} = 384.1 \cdot \frac{2.36 \cdot 10^{-2}}{0.28} = 32.4 \frac{\text{W}}{\text{m}^2\text{K}}$$

$$\dot{Q}_1 = 1.6 \cdot \frac{180 + 10}{\frac{1}{0.08\pi \cdot 9000} + \frac{1}{2\pi \cdot 50} \ln \frac{100}{80} + \frac{1}{2\pi \cdot 0.04} \ln \frac{280}{100} + \frac{1}{0.28\pi \cdot 47.5}} \cdot 2000 =$$

$$\dot{Q}_1 = 147 \text{ kW}$$

$$\dot{Q}_1 = \dot{m}_1 \cdot r \quad \Rightarrow \quad \dot{m}_1 = \frac{\dot{Q}_1}{r} = \frac{147}{2015} = 0.073 \frac{\text{kg}}{\text{s}}$$

napomena:

Razmenjena toploplota na drugom delu cevovoda (du~ine $L_2=2 \text{ km}$) je identi~na kao na prvom delu cevovoda (du~ine $L_1=2 \text{ km}$), pa je i kapacitet drugog kondenzacionog lonca jednak kapacitetu prvog

$$\text{kondenzacionog lonca, } \dot{m}_2 = 0.073 \frac{\text{kg}}{\text{s}}$$

1.32. Na spolja~njoj povr{ini vertikalne cevi, visine $H=1 \text{ m}$ i spolja~njeg pre~nika $d=40 \text{ mm}$, kondenuje se suva vodena para na temperaturi $T_f=100^\circ\text{C}$. Temperatura unutra~nje povr{ine cevi je konstantna i iznosi $T_z=60^\circ\text{C}$. Odrediti:

- a) koeficijent prelaza toplove sa pare na cev
- b) razmenjeni toplotni protok izme|u pare i cevi
- c) maseni protok dobijenog kondenzata
- d) koeficijent prelaza toplove sa pare na cev, razmenjeni toplotni protok izme|u pare i cevi kao i maseni protok dobijenog kondenzata ako je orijentacija cevi u prostoru horizontalna

a)

1. korak:

$$T = \frac{T_p + T_z}{2} = 80^\circ\text{C}$$

fizi~ki parametri filma kondenzata na srednjoj temperaturi

$$\rho = 971.7 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \quad \lambda = 66.89 \cdot 10^{-2} \frac{\text{W}}{\text{mK}}$$

$$v = 0.362 \cdot 10^{-6} \frac{\text{m}^2}{\text{s}} \quad c_p = 4.197 \frac{\text{kJ}}{\text{kgK}}$$

toplota kondenzacije pare na temperaturi $T_p=100^\circ\text{C}$, $r=2258 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}}$

2. korak: karakteristi~na du~ina ~vrste povr{i

$$l_k = H = 1 \text{ m}$$

3. korak: izra~unavanje potrebnih kriterijuma sli~nosti

$$Ga = \frac{g \cdot l_k^3}{v^2} = \frac{9.81 \cdot 1^3}{(0.362 \cdot 10^{-6})^2} = 74.9 \cdot 10^{12} \quad Pr = 2.206$$
$$K = \frac{r}{c_p \cdot (T_p - T_z)} = \frac{2258}{4.197 \cdot (100 - 60)} = 13.57$$

4. korak: izbor kriterijalne jedna~ine za dati slu~aj strujanja

$$Nu_f = 0.943 \cdot (Ga \cdot Pr \cdot K)^{0.25}$$

5. korak: izra~unavanje Nuseltovog broja

$$Nu_f = 0.943 \cdot (74.9 \cdot 10^{12} \cdot 2.206 \cdot 13.57)^{0.25} = 6489$$

$$\frac{Nu_f}{K \cdot Pr} = \frac{6489}{13.57 \cdot 2.206} = 216.77 > 1 \quad \text{oticanje kondenzata je laminarno valovito}$$

$$\text{Nu}_f = 1.13 \cdot \left(74.9 \cdot 10^{12} \cdot 2.206 \cdot 13.57 \right)^{0.25} = 8046.4$$

6. korak: izračunavanje koeficijenta prelaza toplotne (α)

$$\alpha = \text{Nu}_f \frac{\lambda}{l_k} = 8046.4 \frac{66.89 \cdot 10^{-2}}{1} = 5382.2 \frac{\text{W}}{\text{m}^2 \text{K}}$$

b)

$$\dot{Q} = \frac{T_p - T_z}{\frac{1}{d\pi \cdot \alpha}} \cdot H = \frac{100 - 60}{\frac{1}{40 \cdot 10^{-3} \pi \cdot 5382.2}} \cdot 1 = 26.8 \text{ kW}$$

c)

$$\dot{m} = \frac{\dot{Q}}{r} = \frac{26.8}{2258} = 11.87 \cdot 10^{-3} \frac{\text{kg}}{\text{s}}$$

d)

1. korak: ne menja se ničta u odnosu na slučaj vertikalne cevi

2. korak: karakteristična dužina ~ vrste površi

$$l_k = d = 0.04 \text{ m}$$

3. korak: izračunavanje potrebnih kriterijuma sličnosti

$$Ga = \frac{g \cdot l_k^3}{v^2} = \frac{9.81 \cdot 0.04^3}{(0.362 \cdot 10^{-6})^2} = 47.9 \cdot 10^8$$

Pri K se ne menjaju u odnosu na slučaj vertikalne cevi

4. korak: izbor kriterijalne jednacine za dati slučaj strujanja

$$\text{Nu}_f = 0.728 \cdot (Ga \cdot Pr \cdot K)^{0.25}$$

5. korak: izračunavanje Nuseltovog broja

$$Nu_f = 0.728 \cdot \left(47.9 \cdot 10^8 \cdot 2.206 \cdot 13.57 \right)^{0.25} = 448$$

6. korak: izračunavanje koeficijenta prelaza toplotne (α)

$$\alpha = Nu_f \frac{\lambda}{l_K} = 448 \frac{66.89 \cdot 10^{-2}}{0.04} = 7491 \frac{W}{m^2 K}$$

$$\dot{Q} = \frac{T_p - T_z}{\frac{1}{d\pi \cdot \alpha}} \cdot H = \frac{100 - 60}{\frac{1}{40 \cdot 10^{-3} \pi \cdot 7491}} \cdot 1 = 37.3 \text{ kW}$$

$$\dot{m} = \frac{\dot{Q}}{r} = \frac{37.3}{2258} \frac{kg}{s} = 16.52 \cdot 10^{-3} \frac{kg}{s}$$

2.1. ~eli~na kuglica ($\lambda=43.3 \text{ W/(mK)}$, $\rho=7849 \text{ kg/m}^3$, $c=0.46 \text{ kJ/(kgK)}$) pre~nika $d=24.5 \text{ mm}$, uniformne temperature od $T_1=700 \text{ K}$ naglo se potopi u te~nost stalne temperature $T_f=394.3 \text{ K}$. Ako je koeficijent prelaza topote sa ~eli~ne kuglice na te~nost $\alpha=11.36 \text{ W/(m}^2\text{K)}$ =const, odrediti:

a) temperaturu ~eli~ne kuglice nakon vremena od jedan sat (T_2)

$$T_2'$$

b) posle koliko vremena }e temperatura ~eli~ne kuglice iznositi $=400 \text{ K}$

a)

$$\text{bezdimenzioni otpor: } m = \frac{\lambda}{\alpha \cdot x_1} = \frac{43.3}{11.36 \cdot 12.25 \cdot 10^{-3}} = 311$$

$m > 10 \Rightarrow$ unutra~nji otpori kretanju topote su zanemarljivi

$$\alpha \cdot A \cdot (T_f - T) \cdot d\tau = \rho \cdot V \cdot c \cdot dT$$

$$\begin{aligned} \frac{\alpha \cdot A}{\rho \cdot V \cdot c} \cdot d\tau &= \frac{dT}{(T_f - T)} & \Rightarrow & \frac{\alpha \cdot A}{\rho \cdot V \cdot c} \cdot \int_0^{\tau} d\tau = \int_{T_1}^{T_2'} \frac{dT}{(T_f - T)} & \Rightarrow \\ \frac{\alpha \cdot A}{\rho \cdot V \cdot c} \cdot \tau &= \ln \frac{T_1 - T_f}{T_2' - T_f} & \Rightarrow & T_2' = T_f + (T_1 - T_\infty) \cdot \exp \left(-\frac{\alpha}{\rho \cdot V \cdot A} \cdot \tau \right) \\ & & & \exp \left(-\frac{11.36 \cdot 10^{-3}}{7849 \cdot 8.47 \cdot 10^{-3} \cdot 0.46} \cdot 3600 \right) & = 474.6 \text{ K} \end{aligned}$$

$$\text{napomena: } \frac{V}{A} = \frac{\frac{d^3 \pi}{6}}{\frac{d^2 \pi}{6}} = \frac{25.4 \cdot 10^{-3}}{6} = 8.47 \cdot 10^{-3} \text{ m}$$

b)

$$\tau = \frac{\rho \cdot V \cdot c}{\alpha \cdot A} \cdot \ln \frac{T_1 - T_f}{T_2' - T_f} = \frac{0.46 \cdot 7849 \cdot 8.47 \cdot 10^{-3}}{11.36 \cdot 10^{-3}} \cdot \ln \frac{700 - 394.3}{400 - 394.3} = 10720 \text{ s (3h)}$$

2.2. ~eli~ni lim debljine $2\delta=20$ mm, po~etne temperature $T_1=500^\circ\text{C}$, hlađi se na vazduhu konstantne temperature $T_f=20^\circ\text{C}$. Fizi~ke osobine materijala su ($\lambda=45 \text{ W/(mK)}$, $\rho=7900 \text{ kg/m}^3$, $c=0.42 \text{ kJ/(kgK)}$) a koeficijent prelaza toplote sa lima na vazduh iznosi $\alpha=35 \text{ W/(m}^2\text{K)}$. Odrediti vreme za koje }e se ~eli~ni lim ohladiti do temperature $T_2=21^\circ\text{C}$.

$$\text{bezdimenzijski otpor: } m = \frac{\lambda}{\alpha \cdot x_1} = \frac{45}{35 \cdot 10 \cdot 10^{-3}} = 128.6$$

$m > 10 \Rightarrow$ unutra~nji otpori kretanju topline su zanemarljivi

$$\alpha \cdot A \cdot (T_f - T) \cdot d\tau = \rho \cdot V \cdot c \cdot dT$$

$$\frac{\alpha \cdot A}{\rho \cdot V \cdot c} \cdot d\tau = \frac{dT}{(T_f - T)} \Rightarrow \frac{\alpha \cdot A}{\rho \cdot V \cdot c} \cdot \int_0^\tau d\tau = \int_{T_1}^{T_2} \frac{dT}{(T_f - T)} \Rightarrow$$

$$\tau = \frac{\rho \cdot V \cdot c}{\alpha \cdot A} \cdot \ln \frac{T_1 - T_f}{T_2 - T_f} = \frac{7900 \cdot 10 \cdot 10^{-3} \cdot 0.42}{35 \cdot 10^{-3}} \cdot \ln \frac{773 - 293}{294 - 293} = 5853 \text{ s}$$

napomena:

$$\frac{V}{A} = \frac{2 \cdot \delta \cdot L \cdot a}{2 \cdot L \cdot a} = \delta = 10 \cdot 10^{-3} \text{ m}$$

2.3. ~eli~ni cilindar pre~nika $2R=3$ cm, du~ine $L=0.15$ m, uniformne temperature $T_1=650^\circ\text{C}$, potopi se u ulje konstantne temperature $T_f=40^\circ\text{C}$. Fizi~ke osobine materijala su ($\lambda=45 \text{ W/(mK)}$, $\rho=7830 \text{ kg/m}^3$, $c=0.465 \text{ kJ/(kgK)}$) a koeficijent prelaza topline sa lima na vazduh iznosi $\alpha=110 \text{ W/(m}^2\text{K)}$. Odrediti vreme za koje }e se ~eli~ni lim ohladiti do temperature $T_2=345^\circ\text{C}$.

$$\text{bezdimenzijski otpor: } m = \frac{\lambda}{\alpha \cdot x_1} = \frac{45}{110 \cdot 15 \cdot 10^{-3}} = 27.3$$

$m > 10 \Rightarrow$ unutra~nji otpori kretanju topline su zanemarljivi

$$\alpha \cdot A \cdot (T_f - T) \cdot d\tau = \rho \cdot V \cdot c \cdot dT$$

$$\frac{\alpha \cdot A}{\rho \cdot V \cdot c} \cdot d\tau = \frac{dT}{(T_f - T)} \Rightarrow \frac{\alpha \cdot A}{\rho \cdot V \cdot c} \cdot \int_0^\tau d\tau = \int_{T_1}^{T_2} \frac{dT}{(T_f - T)} \Rightarrow$$

$$\tau = \frac{\rho \cdot V \cdot c}{\alpha \cdot A} \cdot \ln \frac{T_1 - T_f}{T_2 - T_f} = \frac{7830 \cdot 7.5 \cdot 10^{-3} \cdot 0.45}{110 \cdot 10^{-3}} \cdot \ln \frac{923 - 313}{618 - 313} = 166.5 \text{ s}$$

$$\frac{V}{A} = \frac{R^2 \pi \cdot L}{2 \cdot R \pi \cdot L} = \frac{R}{2} = 7.5 \cdot 10^{-3} \text{ m}$$

napomena:

2.4. Raspodela temperaturne kroz ravan betonski zid ($\rho=2180 \text{ kg/m}^3$, $c=0.846 \text{ kJ/kgK}$, $\lambda=0.76 \text{ W/mK}$), debljine 0.238 m, meri se termoelementima postavljenim u zidu. U nekom (po~etnom) trenutku vremena τ , temperaturna kao funkcija polo~aja mo`e biti predstavljena jedna~inom:

$$T = 32.2 - 142.6 \cdot x + 98.8 \cdot x^2 + 658 \cdot x^3 - 1756 \cdot x^4$$

gde je x , debljina zida (m) a T , temperaturna zida ($^{\circ}\text{C}$). Povr~ina zida iznosi $A=0.465 \text{ m}^2$. Odrediti:

- a) koli~ina toplove u jedinici vremena (toplotni protok) koja ulazi u zid i koja napu~ta zid
- b) koli~ina toplove u jedinici vremena (toplotni protok) koja se akumulira u zidu
- c) promenu temperature u jedinici vremena u funkciji polo~aja
- d) posle koliko vremena }e hladnija strana zida imati temperaturu toplije strane zida, ako se toplija strana zida odr~ava na konstantoj po~etnoj temperaturi

a)

$$\dot{Q} = -\lambda \cdot A \cdot \frac{dT}{dx} \quad \text{op~ta diferencijalna jedna~ina provo|enja toplove}$$

$$\frac{dT}{dx} = -142.6 + 197.6 \cdot x + 1974 \cdot x^2 - 7024 \cdot x^3$$

$$\left(\frac{dT}{dx} \right)_{x=0} = -142.6 + 197.6 \cdot 0 + 1974 \cdot 0 - 7024 \cdot 0 = -142.6 \frac{^{\circ}\text{C}}{\text{m}}$$

$$\left(\frac{dT}{dx} \right)_{x=0.238} = -142.6 + 197.6 \cdot 0.238 + 1974 \cdot 0.238^2 - 7024 \cdot 0.238^3 = -78.5 \frac{^{\circ}\text{C}}{\text{m}}$$

koli~ina toplove u jedinici vremena koja ulazi u zid:

$$\dot{Q}_{ulaz} = -\lambda \cdot A \cdot \left(\frac{dT}{dx} \right)_{x=0} = -0.76 \cdot 0.465 \cdot (-142.6) = 50.39 \text{ W}$$

koli~ina toplove u jedinici vremena napu~ta zid:

$$\dot{Q}_{izlaz} = -\lambda \cdot A \cdot \left(\frac{dT}{dx} \right)_{x=0.238} = -0.76 \cdot 0.465 \cdot (-78.5) = 27.74 \text{ W}$$

b)

$$\dot{Q}_{\text{akumulacija}} = \dot{Q}_{\text{ulaz}} - \dot{Q}_{\text{izlaz}}$$
$$= 50.39 - 27.74 = 22.65 \text{ W}$$

napomena: Akumulirana toplota se mo`e odrediti i iz jedna~ine:

$$\begin{aligned}
 dQ_a &= -\frac{\partial Q}{\partial x} \cdot dx = -\frac{\partial}{\partial x} \left(-\lambda \cdot A \cdot \frac{\partial T}{\partial x} \right) \cdot dx = \lambda \cdot A \cdot \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} \cdot dx \\
 &\quad \text{tj.} \\
 Q_a &= \lambda \cdot A \cdot \int_{x=0}^{x=0.238} \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} \cdot dx = \lambda \cdot A \cdot \int_{x=0}^{x=0.238} \left(197.6 + 3948 \cdot x - 21072 \cdot x^2 \right) \cdot dx \\
 Q_a &= \lambda \cdot A \cdot \left(197.6 \cdot x + 3948 \cdot \frac{x^2}{2} - 21072 \cdot \frac{x^3}{3} \right) \Big|_{x=0}^{x=0.238} \\
 Q_a &= 0.238 \cdot 0.465 \cdot \left(197.6 \cdot 0.238 + 3948 \cdot \frac{0.238^2}{2} - 21072 \cdot \frac{0.238^3}{3} \right) = 22.65 \text{ W}
 \end{aligned}$$

c)

promena temperature u jedinici vremena u funkciji polo`aja defini{e se

$$\frac{\partial T}{\partial \tau} = \frac{\lambda}{\rho \cdot c} \cdot \frac{\partial^2 T}{\partial x^2}$$

diferencijalnom jedna~inom:

$$\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} = 197.6 + 3948 \cdot x - 21072 \cdot x^2$$

$$\frac{\partial T}{\partial \tau} = \frac{\lambda}{\rho \cdot c} \cdot (197.6 + 3948 \cdot x - 21072 \cdot x^2)$$

$$\frac{\partial T}{\partial \tau} = \frac{0.76}{2180 \cdot 0.846} \cdot (197.6 + 3948 \cdot x - 21072 \cdot x^2)$$

$$\frac{\partial T}{\partial \tau} = \frac{0.081 + 1.267 \cdot x - 8.68 \cdot x^2}{0.846} \Leftrightarrow \frac{\partial T}{\partial \tau} = f(x)$$

d)

temperatura toplije strane zida u po~etnom trenutku:

$$\begin{aligned}
 T_p &= 32.2 - 142.6 \cdot 0 + 98.8 \cdot 0 + 658 \cdot 0 - 1756 \cdot 0 \\
 &= 32.2^\circ \text{C}
 \end{aligned}$$

temperatura hladnije strane zida u po~etnom trenutku:

$$\begin{aligned}
 T_k &= 32.2 - 142.6 \cdot 0.238 + 98.8 \cdot 0.238^2 + 658 \cdot 0.238^3 - 1756 \cdot 0.238^4 \\
 &= 7.1^\circ \text{C}
 \end{aligned}$$

$$\tau = \frac{T_k - T_p}{0.081 + 1.267 \cdot 0.238 - 8.68 \cdot 0.238^2} = 230 \text{ s}$$

2.5. Prizmatični komad butera ($\lambda=0.197 \text{ W/(mK)}$, $\rho=998 \text{ kg/m}^3$, $c=2.3 \text{ kJ/(kgK)}$), debljine $\delta=46.2 \text{ mm}$ nalazi se u hladnjaku u kojem temperatura iznosi 277.6 K . Nakon iznosa iz hladnjaka komad butera je izložen dejstvu okolnog vazduha stalne temperature 297.1 K . Stranice i dno komada butera mogu se smatrati izolovanim od okoline, dok gornja strana komada ramenjuje toplotu sa okolinom. Koeficijent prelaza topote sa okolnog vazduha na buter može se smatrati konstantnim i iznosi $\alpha=8.52 \text{ W/(m}^2\text{K)}$.

Odrediti:

a) temperaturu butera na površini nakon 5 sati razmene topote sa okolinom

b) posle koliko vremena će temperatura dna iznositi 296.9 K

a)

$$a = \frac{\lambda}{\rho \cdot c} = \frac{0.197}{998 \cdot 2300} = 8.58 \cdot 10^{-8} \frac{\text{m}^2}{\text{s}}$$

toplotna difuzivnost butera:

$$m = \frac{\lambda}{\alpha \cdot x_1} = \frac{0.197}{8.52 \cdot 0.0462} = 0.5$$

bezdimenzioni otpor:

$$n = \frac{x}{x_1} = \frac{0.0462}{0.0462} = 1$$

bezdimenziono rastojanje:

$$X = \frac{a \cdot \tau}{x_1^2} = \frac{8.58 \cdot 10^{-8} \cdot 5 \cdot 3600}{0.0462^2} = 0.72$$

bezdimenziono vreme:

$$\text{bezdimenziona temperatura: } Y = f(X, m, n) = 0.25 \quad (\text{Gurney-Lurie dijagram})$$

$$Y = \frac{T_1 - T}{T_1 - T_o}, \quad T = T_1 - Y \cdot (T_1 - T_o) = 297.1 - 0.25 \cdot (297.1 - 277.6) = 292.2 \text{ K}$$

b)

$$m = \frac{\lambda}{\alpha \cdot x_1} = \frac{0.197}{8.52 \cdot 0.0462} = 0.5$$

bezdimenzioni otpor:

$$n = \frac{x}{x_1} = \frac{0}{0.0462} = 0$$

bezdimenziono rastojanje:

$$Y = \frac{T_1 - T}{T_1 - T_o} = \frac{297.1 - 296.9}{297.1 - 277.6} = 0.01$$

bezdimenziona temperatura:

$$\text{bezdimenziono vreme: } X = f(Y, m, n) = 4.2 \quad (\text{Gurney-Lurie dijagram})$$

$$\tau = \frac{X \cdot x_1^2}{a} = \frac{5.35 \cdot 0.0462^2}{8.58 \cdot 10^{-8}} = 104483 \text{ s (29 sati)}$$

2.6. Pe} sa ravnim zidovima, debljine 0.15 m, izra}ena je od vatrostalne opeke ($\lambda=1.126 \text{ W/(mK)}$, $\rho=2320 \text{ kg/m}^3$, $c=921 \text{ J/(kgK)}$) i spolja je izolovana. Temperatura gasova u pe}i iznosi 500°C , a koeficijent prelaza topote sa gasova na zid pe}i iznosi $\alpha=15.12 \text{ W/(m}^2\text{K)}$. Ako je temperatura opeke na po~etku rada pe}i bila uniformna i iznosila 50°C , smatru}i da je temperatursko polje jednodimenziono, odrediti:

a) koliko pe} treba neprekidno da radi da bi se sredi{nja ravan zida zagrejala na 410°C

b) do koje temperature se zgreje izolovana povr{ zida za to vreme

a)

$$a = \frac{\lambda}{\rho \cdot c} = \frac{1.126}{2320 \cdot 921} = 5.27 \cdot 10^{-7} \frac{\text{m}^2}{\text{s}}$$

toplotna difuzivnost opeke:

$$m = \frac{\lambda}{\alpha \cdot x_1} = \frac{1.126}{15.12 \cdot 0.150} = 0.5$$

bezdimenzioni otpor:

$$n = \frac{x}{x_1} = \frac{0.075}{0.150} = 0.5$$

bezdimenziono rastojanje:

$$Y = \frac{T_1 - T}{T_1 - T_o} = \frac{500 - 410}{500 - 50} = 0.2$$

bezdimenziona temperatura:

$$\text{bezdimenziono vreme: } X = f(Y, m, n) = 1.35 \quad (\text{Gurney-Lurie dijagram})$$

$$\tau = \frac{X \cdot x_1^2}{a} = \frac{1.35 \cdot 0.150^2}{5.27 \cdot 10^{-7}} = 57637.6 \text{ s (16 sati 37 s)}$$

b)

$$m = \frac{\lambda}{\alpha \cdot x_1} = \frac{1.126}{15.12 \cdot 0.150} = 0.5$$

bezdimenzioni otpor:

$$n = \frac{x}{x_1} = \frac{0}{0.150} = 0$$

bezdimenziono rastojanje:

$$\text{bezdimenziono vreme: } X = 1.35$$

$$Y = \frac{T_1 - T}{T_1 - T_o} \Rightarrow$$

$$T = T_1 - Y \cdot (T_1 - T_o)$$

$$= 500 - 0.23 \cdot (500 - 50) = 396.5 \text{ K}$$

2.7. Blok od vatrostalne gline ($\lambda=1.035 \text{ W/(mK)}$, $\rho=1845 \text{ kg/m}^3$, $c=1088 \text{ J/(kgK)}$) {irine 200 cm, du'ine 250 cm i debljine 5 cm, zagrejan je u pe}i do uniformne temperature $T_o=450^\circ\text{C}$. Po izlasku iz pe}i blok se postavlja na stranicu dimenzija 200x250 cm i dovodi u kontakt sa okolinom temperature $T_1=35^\circ\text{C}$. Koeficijent prelaza topote sa povr{ine zida na okolinu iznosi $\alpha=20.7 \text{ W/(m}^2\text{K)}$. Grafi~ki prikazati promenu temperature sredi{je ravni plo{e u toku prvih 2 sata hla}jenja (na svakih 20 min). Smatrali da je temperatursko polje jednodimenzionalo i da je donja strana plo{e (200x250 cm) adijabatski izolovana.

$$\text{toplotna difuzivnost gline: } a = \frac{\lambda}{\rho \cdot c} = \frac{1.035}{1845 \cdot 1088} = 5.16 \cdot 10^{-7} \frac{\text{m}^2}{\text{s}}$$

$$\text{bezdimenzijski otpor: } m = \frac{\lambda}{\alpha \cdot x_1} = \frac{1.035}{20.7 \cdot 0.05} = 1$$

$$\text{bezdimenzijsko rastojanje: } n = \frac{x}{x_1} = \frac{0.025}{0.05} = 0.5$$

1. $\tau = 20 \text{ min:}$

$$\text{bezdimenzijsko vreme: } X = \frac{a \cdot \tau}{x_1^2} = \frac{5.16 \cdot 10^{-7} \cdot 20 \cdot 60}{0.05^2} = 0.25$$

bezdimenzijska temperatura: $Y = f(X, m, n) = 0.8$ (Gurney-Lurie dijagram)

$$Y = \frac{T_1 - T}{T_1 - T_o}, \quad T = T_1 - Y \cdot (T_1 - T_o) = 35 - 0.8 \cdot (35 - 450) = 367^\circ\text{C}$$

2. $\tau = 40 \text{ min:}$

$$\text{bezdimenzijsko vreme: } X = \frac{a \cdot \tau}{x_1^2} = \frac{5.16 \cdot 10^{-7} \cdot 40 \cdot 60}{0.05^2} = 0.5$$

bezdimenzijska temperatura: $Y = f(X, m, n) = 0.7$ (Gurney-Lurie dijagram)

$$Y = \frac{T_1 - T}{T_1 - T_o}, \quad T = T_1 - Y \cdot (T_1 - T_o) = 35 - 0.7 \cdot (35 - 450) = 325.5^\circ\text{C}$$

3. $\tau = 60 \text{ min:}$

$$\text{bezdimenzijsko vreme: } X = \frac{a \cdot \tau}{x_1^2} = \frac{5.16 \cdot 10^{-7} \cdot 60 \cdot 60}{0.05^2} = 0.75$$

bezdimenziona temperatura: $Y = f(X, m, n) = 0.6$ (Gurney-Lurie dijagram)

$$Y = \frac{T_1 - T}{T_1 - T_0}, \quad T = T_1 - Y \cdot (T_1 - T_0) \\ = 35 - 0.6 \cdot (35 - 450) = 284^\circ\text{C}$$

4. $\tau = 80 \text{ min}$:

$$\text{bezdimenziono vreme: } X = \frac{a \cdot \tau}{x_1^2} = \frac{5.16 \cdot 10^{-7} \cdot 80 \cdot 60}{0.05^2} = 1$$

bezdimenziona temperaturo: $Y = f(X, m, n) = 0.5$ (Gurney-Lurie dijagram)

$$Y = \frac{T_1 - T}{T_1 - T_0}, \quad T = T_1 - Y \cdot (T_1 - T_0) = 35 - 0.5 \cdot (35 - 450) = 242.5^\circ\text{C}$$

5. $\tau = 100 \text{ min}$:

$$\text{bezdimenziono vreme: } X = \frac{a \cdot \tau}{x_1^2} = \frac{5.16 \cdot 10^{-7} \cdot 100 \cdot 60}{0.05^2} = 1.25$$

bezdimenziona temperaturo: $Y = f(X, m, n) = 0.4$ (Gurney-Lurie dijagram)

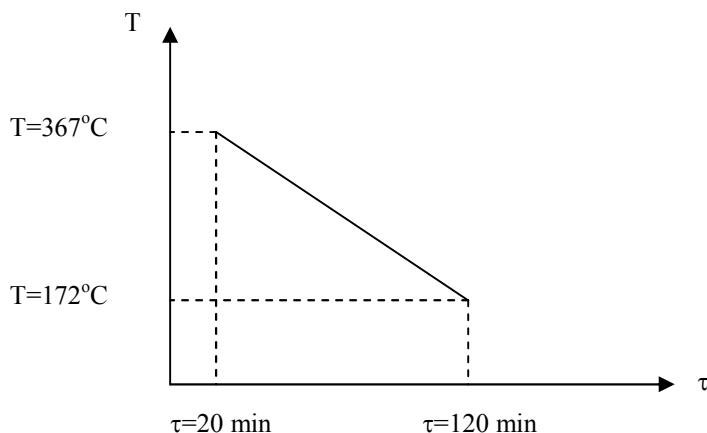
$$Y = \frac{T_1 - T}{T_1 - T_0}, \quad T = T_1 - Y \cdot (T_1 - T_0) = 35 - 0.4 \cdot (35 - 450) = 201^\circ\text{C}$$

6. $\tau = 120 \text{ min}$:

$$\text{bezdimenziono vreme: } X = \frac{a \cdot \tau}{x_1^2} = \frac{5.16 \cdot 10^{-7} \cdot 120 \cdot 60}{0.05^2} = 1.5$$

bezdimenziona temperaturo: $Y = f(X, m, n) = 0.33$ (Gurney-Lurie dijagram)

$$Y = \frac{T_1 - T}{T_1 - T_0}, \quad T = T_1 - Y \cdot (T_1 - T_0) = 35 - 0.33 \cdot (35 - 450) = 172^\circ\text{C}$$



2.8. Postavljanje vodovodnih cevi zahteva, između ostalog, poznavanje vremenskih uslova. Ako se zna da je prosečna zimska temperatura $T_o = 7^\circ\text{C}$, a najniča izmerena temperatura u toku zime $T_1 = -10^\circ\text{C}$, odrediti minimalnu dubinu na koju je potrebno postaviti vodovodnu cev tako da ne dođe do smrzavanja vode i pucanja cevi. Predpostaviti da najhladniji period može trajati najviše mesec dana (30 dana) i smatrati da je na dubini od 3 m temperatura zemlje konstantna i u toku zime iznosi 7°C . Zanemariti topotni otpor prelaza toplove na graničnoj površini zemlja–vazduh ($\alpha \rightarrow \infty$). Toplotna difuzivnost zemlje iznosi $a = 1.9 \cdot 10^{-7} \text{ m}^2/\text{s}$. Zemlju smatrati ravnom plošom (lokalno).

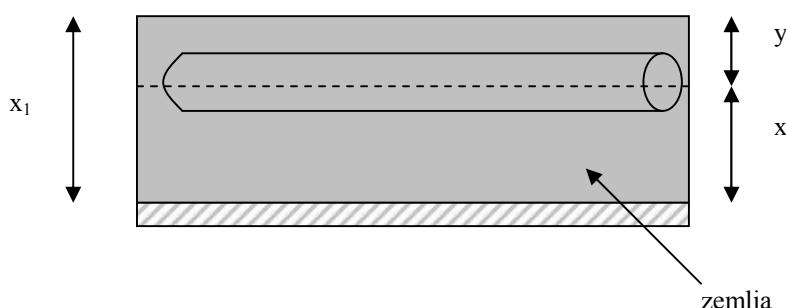
$$\begin{aligned} \text{bezdimenzioni otpor: } & m = \frac{\lambda}{\alpha \cdot x_1} = 0 \\ \text{bezdimenziona temperaturna: } & Y = \frac{T_1 - T}{T_1 - T_o} = \frac{-10 - 0}{-10 - 7} = 0.59 \approx 0.6 \\ \text{bezdimenziono vreme: } & X = \frac{a \cdot \tau}{x_1^2} = \frac{1.9 \cdot 10^{-7} \cdot 30 \cdot 24 \cdot 3600}{3^2} = 0.05 \approx 0.0 \end{aligned}$$

bezdimenziono rastojanje: $n = f(m, X, Y) = 0.7$ (Gurney-Lurie dijagram)

$$n = \frac{x}{x_1} \Rightarrow x = n \cdot x_1 = 0.7 \cdot 3 = 2.1 \text{ m}$$

Minimalna dubina na koju je potrebno postaviti vodovodnu cev tako da ne dođe smrzavanja vode i pucanja cevi iznosi: $y = x_1 - x = 3 - 2.1 = 0.9 \text{ m}$

okolina



2.9. Plo~a od gume ($\lambda=0.159 \text{ W/(mK)}$, $a=7.5 \cdot 10^{-8} \text{ m}^2/\text{s}$) debljine 12 mm, uniformne temperature $T_o=25^\circ\text{C}$, potopi se u mineralno ulje konstantne temperature $T_1=170^\circ\text{C}$. Koeficijent prelaza toplote sa ulja na plo~u od gume iznosi $\alpha=5811.25 \text{ W/(m}^2\text{K)}$. Zagrevanje se prekida kada temperatura sredi{njeg}e ravni plo~e dostigne $T=160^\circ\text{C}$. Smatruju{i} da je temperatursko polje jednodimenziono tj. da su {irina i du`ina plo~e mnogo ve}e od debljine plo~e, odrediti:

- a) vreme trajanja procesa zagrevanja
- b) temperaturu (na kraju zagrevanja) ravni koja se nalazi 3 mm od sredine plo~e

a)

$$\text{toplotna difuzivnost opeke: } a = 7.5 \cdot 10^{-8} \frac{\text{m}^2}{\text{s}}$$

bezdimenzioni otpor:

$$m = \frac{\lambda}{\alpha \cdot x_1} = \frac{0.159}{5811.25 \cdot 0.006} = 0.0045 \approx 0$$

bezdimenziono rastojanje:

$$n = \frac{x}{x_1} = \frac{0}{0.006} = 0$$

bezdimenziona temperatura:

$$Y = \frac{T_1 - T}{T_1 - T_o} = \frac{170 - 160}{170 - 25} = 0.07$$

bezdimenziono vreme: $X = f(Y, m, n) = 1.2$ (Gurney-Lurie dijagram)

$$\tau = \frac{X \cdot x_1^2}{a} = \frac{1.2 \cdot 0.006^2}{7.5 \cdot 10^{-8}} = 576 \text{ s (9 minuta 36 s)}$$

b)

bezdimenziono rastojanje:

$$n = \frac{x}{x_1} = \frac{0.003}{0.006} = 0.5$$

bezdimenzioni otpor:

$$m = \frac{\lambda}{\alpha \cdot x_1} = \frac{0.159}{5811.25 \cdot 0.006} = 0.0045 \approx 0$$

bezdimenziono vreme: $X = 1.2$

bezdimenziona temperatura:

$$Y = \frac{T_1 - T}{T_1 - T_o} \Rightarrow$$

$$\begin{aligned}T &= T_1 - Y \cdot (T_1 - T_0) \\&= 170 - 0.044 \cdot (160 - 25) = 164^{\circ}\text{C}\end{aligned}$$

2.10. U cilindri~noj limenki pre~nika $d=68.1$ mm, visine $h=101.3$ mm nalazi se pire od zelenog gra~ka ($\lambda=0.83$ W/(mK), $a=2.007 \cdot 10^{-7}$ m²/s) uniformne temperature 29.4°C. Pasterizacija gra~ka vr{ i se zasi}enom parom temperature 115.6°C. Koeficijent prelaza toplotne sa pare na limenku iznosi $\alpha=4540$ W/(m²K), a toplotni kapacitet limenke se mo`e zanemariti. Zanemaruju}i razmenu toplotne kroz baze cilindra, odrediti:

- a) vreme pasterizacije ako je neophodno da temperatura pirea u centru iznosi 90°C
- b) temperaturu u sredi{tu limenke kada bi pasterizacija trajala 45 minuta

a)

$$\text{toplotna difuzivnost opeke: } a = 2.007 \cdot 10^{-7} \frac{\text{m}^2}{\text{s}}$$

bezdimenzioni otpor:

$$m = \frac{\lambda}{\alpha \cdot x_1} = \frac{0.83}{4540 \cdot 34.05 \cdot 10^{-3}} = 0.005 \approx 0$$

bezdimenziono rastojanje:

$$n = \frac{x}{x_1} = \frac{0}{34.05 \cdot 10^{-3}} = 0$$

bezdimenziona temperaturna razlika:

$$Y = \frac{T_1 - T}{T_1 - T_o} = \frac{115.6 - 90}{115.6 - 29.4} = 0.3$$

bezdimenziono vreme: $X = f(Y, m, n) = 0.3$ (Gurney-Lurie dijagram)

$$\tau = \frac{X \cdot x_1^2}{a} = \frac{0.3 \cdot (34.05 \cdot 10^{-3})^2}{2.007 \cdot 10^{-7}} = 1733 \text{ s (28 minuta 53 s)}$$

b)

bezdimenziono rastojanje:

$$n = \frac{x}{x_1} = \frac{0}{34.05 \cdot 10^{-3}} = 0$$

bezdimenzioni otpor:

$$m = \frac{\lambda}{\alpha \cdot x_1} = \frac{0.83}{4540 \cdot 34.05 \cdot 10^{-3}} = 0.005 \approx 0$$

bezdimenziono vreme:

$$X = \frac{a \cdot \tau}{x_1^2} = \frac{2.007 \cdot 10^{-7} \cdot 45 \cdot 60}{(34.05 \cdot 10^{-3})^2} = 0.468$$

bezdimenziona temperaturna razlika:

$$Y = f(X, m, n) = 0.13$$
 (Gurney-Lurie dijagram)

$$Y = \frac{T_1 - T}{T_1 - T_o}, \quad T = T_1 - Y \cdot (T_1 - T_o) \\ = 115.6 - 0.13 \cdot (115.6 - 29.4) = 104.4^\circ C$$

2.11. Jetrena kobasica ($\lambda=0.476 \text{ W/(mK)}$, $\rho=1050 \text{ kg/m}^3$, $c=3270 \text{ J/(kgK)}$) cilindričnog oblika ($d=5 \text{ cm}$, $L \gg d$) uniformne temperature od 10°C , termički se obrađuje u autoklavu na konstantnoj temperaturi od 110°C . Cilj je da svi delovi kobasice dostignu temperaturu od minimalno 105°C , kako bi se izvršila odgovarajuća sterilizacija. Koeficijent prelaza toplote u autoklavu iznosi $\alpha=19 \text{ W/(m}^2\text{K)}$. Odrediti:

- a) potrebno vreme za zahtevani temperaturski razmjer sterilizacije
- b) najniču temperaturu unutar kobasice nakon 4 sati zagrevanja u autoklavu

a)

$$\text{toplotna difuzivnost kobasice: } a = \frac{\lambda}{\rho \cdot c} = \frac{0.476}{1050 \cdot 3270} = 1.39 \cdot 10^{-7} \frac{\text{m}^2}{\text{s}}$$

$$\text{bezdimenzioni otpor: } m = \frac{\lambda}{\alpha \cdot x_1} = \frac{0.476}{19 \cdot 0.025} = 1$$

$$\text{bezdimenziono rastojanje: } n = \frac{x}{x_1} = \frac{0}{0.025} = 0$$

$$\text{bezdimenziona temperatura: } Y = \frac{T_1 - T}{T_1 - T_o} = \frac{110 - 105}{110 - 10} = 0.05$$

$$\text{bezdimenziono vreme: } X = f(Y, m, n) = 2.06 \quad (\text{Gurney-Lurie dijagram})$$

$$\tau = \frac{X \cdot x_1^2}{a} = \frac{2.06 \cdot 0.025^2}{1.39 \cdot 10^{-7}} = 9262 \text{ s (2 sata 34 minuta 22 s)}$$

b)

$$\text{bezdimenzioni otpor: } m = \frac{\lambda}{\alpha \cdot x_1} = \frac{0.476}{19 \cdot 0.025} = 1$$

$$\text{bezdimenziono rastojanje: } n = \frac{x}{x_1} = \frac{0}{0.025} = 0$$

$$\text{bezdimenziono vreme: } X = \frac{a \cdot \tau}{x_1^2} = \frac{1.39 \cdot 10^{-7} \cdot 4 \cdot 3600}{0.025^2} = 3.2$$

$$\text{bezdimenziona temperatura: } Y = f(X, m, n) = 0.0085 \quad (\text{Gurney-Lurie dijagram})$$

$$Y = \frac{T_1 - T}{T_1 - T_o}, \quad T = T_1 - Y \cdot (T_1 - T_o) \\ = 110 - 0.0085 \cdot (110 - 29.4) = 109.3$$

2.12. Pokazalo se da je voda ($\lambda=56 \cdot 10^{-2} \text{ W/(mK)}$, $a=1.4 \cdot 10^{-7} \text{ m}^2/\text{s}$) temperature $T_o=2^\circ\text{C}$, kada se unese u prostoriju temperature $T_1=22^\circ\text{C}$, odgovarajuće temperature za piće tek nakon 2 sata. Voda se nalazi u boci prečnika $d=9 \text{ cm}$ sa tankim zidovima (zid ne predstavlja topotni otpor). Smatrujući da se toplota ne prenosi preko osnova boce i da je koeficijent prelaza toplotne sa okoline na bocu $\alpha=24.7 \text{ W/(m}^2\text{K)}$.

- a) odrediti srednju temperaturu vode posle ovog vremena
- b) grafički predstaviti temperaturni raspored nakon vremena od 2 sata

a)

$$\begin{aligned} m &= \frac{\lambda}{\alpha \cdot x_1} = \frac{56 \cdot 10^{-2}}{24.7 \cdot 4.5 \cdot 10^{-2}} = 0.5 \\ \text{bezdimenzioni otpor: } & \\ X &= \frac{\alpha \cdot \tau}{x_1^2} = \frac{1.4 \cdot 10^{-7} \cdot 2 \cdot 3600}{(4.5 \cdot 10^{-2})^2} = 0.5 \\ \text{bezdimenziono vreme: } & \end{aligned}$$

temperatura vode u centru boce ($x=0$):

$$\begin{aligned} n &= \frac{x}{x_1} = \frac{0}{0.045} = 0 \\ \text{bezdimenziono rastojanje: } & \\ \text{bezdimenziona temperatuta: } & Y = f(X, m, n) = 0.13 \quad (\text{Gurney-Lurie dijagram}) \end{aligned}$$

$$Y = \frac{T_1 - T}{T_1 - T_o}, \quad T = T_1 - Y \cdot (T_1 - T_o) = 22 - 0.13 \cdot (22 - 2) = 19.40$$

temperatura vode na rastojanju $x=0.9 \text{ cm}$ od centra boce:

$$\begin{aligned} n &= \frac{x}{x_1} = \frac{0.009}{0.045} = 0.2 \\ \text{bezdimenziono rastojanje: } & \\ \text{bezdimenziona temperatuta: } & Y = f(X, m, n) = 0.128 \quad (\text{Gurney-Lurie dijagram}) \end{aligned}$$

$$Y = \frac{T_1 - T}{T_1 - T_o}, \quad T = T_1 - Y \cdot (T_1 - T_o) = 22 - 0.128 \cdot (22 - 2) = 19.44$$

temperatura vode na rastojanju $x=1.8 \text{ cm}$ od centra boce:

$$n = \frac{x}{x_1} = \frac{0.018}{0.045} = 0.4$$

bezdimenziono rastojanje:

bezdimenziona temperatura: $Y = f(X, m, n) = 0.124$ (Gurney-Lurie dijagram)

$$Y = \frac{T_1 - T}{T_1 - T_o}, \quad T = T_1 - Y \cdot (T_1 - T_o) \\ = 22 - 0.124 \cdot (22 - 2) = 19.52$$

temperatura vode na rastojanju x=2.7 cm od centra boce:

$$n = \frac{x}{x_1} = \frac{0.027}{0.045} = 0.6$$

bezdimenziono rastojanje:

bezdimenziona temperatura: $Y = f(X, m, n) = 0.12$ (Gurney-Lurie dijagram)

$$Y = \frac{T_1 - T}{T_1 - T_o}, \quad T = T_1 - Y \cdot (T_1 - T_o) \\ = 22 - 0.12 \cdot (22 - 2) = 19.60$$

temperatura vode na rastojanju x=3.6 cm od centra boce:

$$n = \frac{x}{x_1} = \frac{0.036}{0.045} = 0.8$$

bezdimenziono rastojanje:

bezdimenziona temperatura: $Y = f(X, m, n) = 0.115$ (Gurney-Lurie dijagram)

$$Y = \frac{T_1 - T}{T_1 - T_o}, \quad T = T_1 - Y \cdot (T_1 - T_o) \\ = 22 - 0.115 \cdot (22 - 2) = 19.70$$

temperatura vode na rastojanju x=4.5 cm od centra boce (površina boce):

$$n = \frac{x}{x_1} = \frac{0.045}{0.045} = 1$$

bezdimenziono rastojanje:

bezdimenziona temperatura: $Y = f(X, m, n) = 0.108$ (Gurney-Lurie dijagram)

$$Y = \frac{T_1 - T}{T_1 - T_o}, \quad T = T_1 - Y \cdot (T_1 - T_o) \\ = 22 - 0.108 \cdot (22 - 2) = 19.84$$

x, cm	0	0.9	1.8	2.7	3.6	4.5
-------	---	-----	-----	-----	-----	-----

T, °C	19.40	19.44	19.52	19.60	19.70	19.84
-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------

$$T_{sr} = \frac{1}{d} \cdot \int_0^{\frac{d}{2}} T(x) dx = \frac{2}{d} \cdot I = \dots$$

$$I = \left[\frac{4.5 - 0}{5} \right] \cdot \left[\frac{19.84 + 19.40}{2} + 19.44 + 19.52 + 19.60 + 19.70 \right] = 88.092$$

$$T_{sr} = \frac{2}{9} \cdot 88.092 = 19.576^\circ\text{C} \text{ (srednja temperatura vode nakon } \tau=2 \text{ sata)}$$

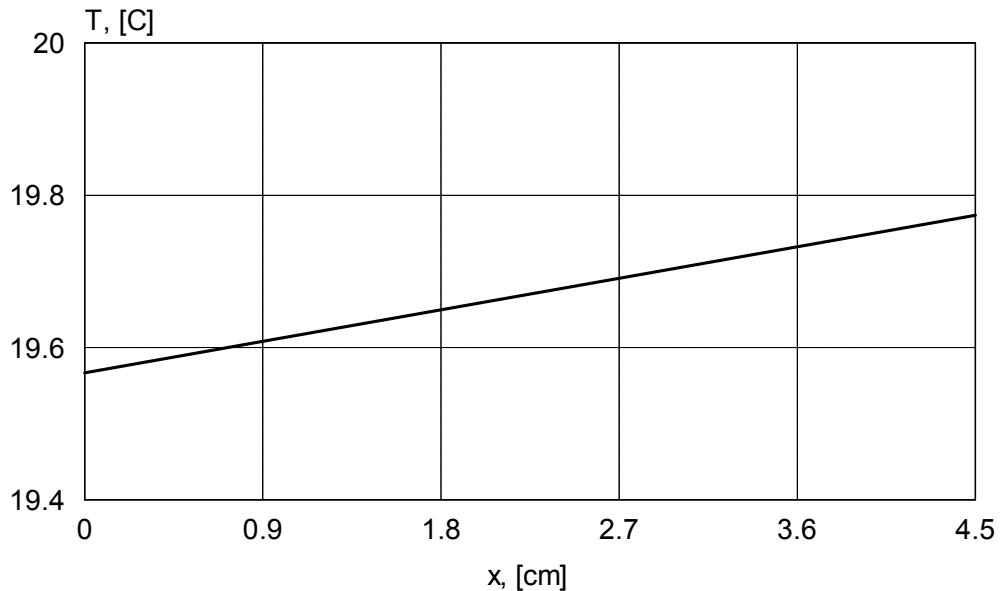
napomena: Za izračunavanje vrednosti integrala \int korišćena je trapezna formula

b)

Temperaturni raspored u boci nakon 2 sata.

$$T = f(x),$$

T — temperatura vode na radijalnom rastojanju x od ose cilindra



2.13. Gumene kuglice ($\lambda=0.163 \text{ W/(mK)}$, $\rho=1200 \text{ kg/m}^3$, $c=1383 \text{ J/(kgK)}$) pre-nika $d=4 \text{ mm}$, koje se koriste kao elementi povratnih ventila, posle vulkanizovanja treba hladiti u struji vode tako da se temperatura njihovog centra spusti od 100°C do 35°C . Zbog kontinualnosti procesa ovo hla|jenje treba izvesti za 73 s. Koeficijent prelaza toplote sa gumene kuglice na vodu iznosi $\alpha=40.7 \text{ W/(m}^2\text{K)}$. Odrediti:

- a) temperaturu vode da bi se ovo hla|jenje izvr{ilo za zahtevano vreme
- b) temperaturu centra gumene kuglice nakon {to protekne polovina vremena potrebnog za hla|jenje vodom (~ija je temperatura odre|ena pod a)

a)

$$\text{toplotna difuzivnost gume: } a = \frac{\lambda}{\rho \cdot c} = \frac{0.163}{1200 \cdot 1383} = 9.82 \cdot 10^{-8} \frac{\text{m}^2}{\text{s}}$$

$$\text{bezdimenzioni otpor: } m = \frac{\lambda}{\alpha \cdot x_1} = \frac{0.163}{40.7 \cdot 0.002} = 2$$

$$\text{bezdimenziono rastojanje: } n = \frac{x}{x_1} = \frac{0}{0.002} = 0$$

$$\text{bezdimenziono vreme: } X = \frac{a \cdot \tau}{x_1^2} = \frac{9.82 \cdot 10^{-8} \cdot 73}{0.002^2} = 1.8$$

$$\text{bezdimenziona temperatura: } Y = f(X, m, n) = 0.1 \quad (\text{Gurney-Lurie dijagram})$$

$$Y = \frac{T_1 - T}{T_1 - T_o}, \quad T_1 = \frac{T - Y \cdot T_o}{1 - Y} = \frac{35 - 0.1 \cdot 100}{1 - 0.1} = 27.8^\circ\text{C}$$

b)

$$\text{bezdimenzioni otpor: } m = \frac{\lambda}{\alpha \cdot x_1} = \frac{0.163}{40.7 \cdot 0.002} = 2$$

$$\text{bezdimenziono rastojanje: } n = \frac{x}{x_1} = \frac{0}{0.002} = 0$$

$$\text{bezdimenziono vreme: } X = \frac{a \cdot \tau}{x_1^2} = \frac{9.82 \cdot 10^{-8} \cdot 36.5}{0.002^2} = 0.9$$

$$\text{bezdimenziona temperatura: } Y = f(X, m, n) = 0.33 \quad (\text{Gurney-Lurie dijagram})$$

$$Y = \frac{T_1 - T}{T_1 - T_o}, \quad T = T_1 - Y \cdot (T_1 - T_o)$$

$$= 27.8 - 0.33 \cdot (27.8 - 100) = 51.6^{\circ}\text{C}$$

2.14. Gumene kuglice ($\lambda=0.163 \text{ W/(mK)}$, $\rho=1200 \text{ kg/m}^3$, $c=1383 \text{ J/(kgK)}$) pre-nika $d=4 \text{ mm}$, koje se koriste kao elementi povratnih ventila, treba nakon vulkaniziranja ohladiti u struji suvog vazduha temperature 13°C , tako da se temperatura centra kuglice spusti sa 100°C na 22°C . Koliko treba da iznosi brzina vazduha da se ovo hlaenje obavi za 73 s .

$$a = \frac{\lambda}{\rho \cdot c} = \frac{0.163}{1200 \cdot 1383} = 9.82 \cdot 10^{-8} \frac{\text{m}^2}{\text{s}}$$

toplotna difuzivnost gume:

$$n = \frac{x}{x_1} = \frac{0}{0.002} = 0$$

bezdimenziono rastojanje:

$$X = \frac{a \cdot \tau}{x_1^2} = \frac{9.82 \cdot 10^{-8} \cdot 73}{0.002^2} = 1.8$$

bezdimenziono vreme:

$$Y = \frac{T_1 - T}{T_1 - T_o} = \frac{13 - 22}{13 - 100} = 0.1$$

bezdimenziona temperatura:

$$\text{bezdimenzioni otpor: } m = f(X, Y, n) = 2 \quad (\text{Gurney-Lurie dijagram})$$

$$\alpha = \frac{\lambda}{m \cdot x_1} = \frac{0.163}{2 \cdot 0.002} = 40.7 \text{ W/(m}^2\text{K)}$$

$$\alpha = \frac{\lambda_f}{l_{ek}} \cdot \text{Nu}_f = \frac{\lambda_f}{l_{ek}} \cdot \left(2 + 0.6 \cdot \text{Re}_f^{0.5} \cdot \text{Pr}_f^{0.33} \right) \Rightarrow \text{Re}_f = \left(\frac{\alpha \cdot l_{ek}}{\lambda_f} - 2 \right)^2 / \left(\frac{0.6 \cdot \text{Pr}_f^{0.33}}{0.6 \cdot 0.0705^{0.33}} \right)$$

$$\text{Re}_f = \left(\frac{40.7 \cdot \frac{0.004}{2.53 \cdot 10^{-2}} - 2}{0.6 \cdot 0.0705^{0.33}} \right)^2 = 68.8 \Rightarrow w = \frac{\text{Re}_f \cdot v_f}{l_{ek}} = \frac{\text{m}}{\text{s}} = 0.25$$

napomena:

$$\text{fizi-ki parametri vazduha za } T=13^\circ\text{C: } \lambda_f = 2.53 \cdot 10^{-2} \frac{\text{W}}{\text{mK}},$$

$$v_f = 14.43 \cdot 10^{-6} \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$\text{ekvivalentna du'ina sfere: } l_{ek} = d = 4 \text{ mm}$$

$$\text{potrebni kriterijumi sli-nosti: } \text{Pr}_f = 0.705$$

2.15. Sfera na~injena od mineralne vune ($\lambda=0.04 \text{ W/(mK)}$, $\rho=200 \text{ kg/m}^3$, $c=921 \text{ J/(kgK)}$), pre~nika $d=8 \text{ cm}$ uniformne temperature $T=20^\circ\text{C}$, postavljena je u struju suvog vazduha temperature $T_v=80^\circ\text{C}$.



Vazduh se propu{ta kroz cev pre~nika $D=1 \text{ m}$, zapreminske protokom $\dot{V}=5.3 \text{ m}^3/\text{s}$. Odrediti:

- a) koeficijent prelaza toplove sa vazduha na sferu od mineralne vune
- b) posle koliko vremena }e termoelement sme{ten u osu sfere pokazivati 74°C

a)

$$\begin{aligned} \text{fizi~ki parametri vazduha za } T=80^\circ\text{C:} \quad \lambda_f &= 3.05 \cdot 10^{-2} \frac{\text{W}}{\text{mK}}, \\ &\quad \frac{\text{m}^2}{\text{s}} \\ v_f &= 21.09 \cdot 10^{-6} \end{aligned}$$

$$\text{ekvivalentna du`ina sfere: } l_{ek} = d = 8 \text{ cm}$$

$$\text{potrebni kriterijumi sli~nosti: } Pr_f = 0.692, \quad Re_f = 2.58 \cdot 10^4$$

$$Re_f = \frac{w \cdot l_{ek}}{v_f} = \frac{6.8 \cdot 8 \cdot 10^{-2}}{21.09 \cdot 10^{-6}} = 2.58 \cdot 10^4$$

$$w = \frac{\dot{V}}{A} = \frac{\dot{V}}{\frac{D^2 \pi}{4} - \frac{d^2 \pi}{4}} = \frac{5.3}{\frac{1^2 \pi}{4} - \frac{0.08^2 \pi}{4}} = 6.8 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$\alpha = \frac{\lambda_f}{l_{ek}} \cdot Nu_f = \frac{\lambda_f}{l_{ek}} \cdot \left(2 + 0.6 \cdot Re_f^{0.5} \cdot Pr_f^{0.33} \right) \Rightarrow$$

$$\alpha = \frac{3.05 \cdot 10^{-2}}{8 \cdot 10^{-2}} \cdot \left(2 + 0.6 \cdot (2.58 \cdot 10^4)^{0.5} \cdot (0.692)^{0.33} \right) = 37.8 \frac{\text{W}}{\text{m}^2 \text{K}}$$

b)

$$\text{toplotna difuzivnost vune: } a = \frac{\lambda}{\rho \cdot c} = \frac{0.04}{200 \cdot 921} = 2.17 \cdot 10^{-7} \frac{\text{m}^2}{\text{s}}$$

$$\text{bezdimenzioni otpor: } m = \frac{\lambda}{\alpha \cdot x_1} = \frac{0.04}{37.8 \cdot 0.08} = 0.01 \approx 0$$

$$\text{bezdimenziono rastojanje: } n = \frac{x}{x_1} = \frac{0}{0.08} = 0$$

$$\text{bezdimenziona temperatura: } Y = \frac{T_1 - T}{T_1 - T_o} = \frac{80 - 74}{80 - 20} = 0.1$$

bezdimenziono vreme: $X = f(Y, m, n) = 0.33$ (Gurney-Lurie dijagram)

$$\tau = \frac{X \cdot x_1^2}{a} = \frac{0.33 \cdot 0.08^2}{2.17 \cdot 10^{-7}} = 9733 \text{ s (2 sata 42 minuta 13 s)}$$

2.16. Metalna sfera ($\rho=7800 \text{ kg/m}^3$, $\lambda=70 \text{ W/(mK)}$, $a=3.147 \cdot 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}$) prenika $d=2 \text{ cm}$, prethodno zagrejana do $T_0=85^\circ\text{C}$, put se (da slobodno pada) u sud sa velikom količinom vode temperature $T_1=20^\circ\text{C}$. Koliko dubok treba da bude sud da bi u trenutku dostizanja dna temperatura u centru kuglice iznosila $T=34^\circ\text{C}$.

$$h = \frac{w_{tal} \cdot \tau}{\rho g} = \dots$$

$$w_{tal} = ? \quad (\text{određivanje brzine taloženja})$$

$$Ar_w = \frac{2}{3} \cdot \frac{d_\sim^3 \cdot g \cdot (\rho_\sim - \rho) \cdot \rho}{\mu^2} = \frac{2}{3} \cdot \frac{(2 \cdot 10^{-2})^3 \cdot 9.81 \cdot (7800 - 998.2) \cdot 998.2}{(1004 \cdot 10^{-6})^2} = 3.5 \cdot 10^8$$

$$2.2 \cdot 10^5 < Ar_w < 2.2 \cdot 10^9 \quad (\text{turbulentan režim taloženja, } C_d=0.44)$$

$$w_{tal} = \sqrt{\frac{4 \cdot g \cdot (\rho_\sim - \rho) \cdot d_\sim}{3 \cdot 0.44 \cdot \rho}} = \sqrt{\frac{4 \cdot 9.81 \cdot (7800 - 998.2) \cdot 0.02}{3 \cdot 0.44 \cdot 998.2}} = 2 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$\text{bezdimenziona temperatura: } Y = \frac{T_1 - T}{T_1 - T_0} = \frac{20 - 34}{20 - 90} = 0.2$$

$$\text{bezdimenziono rastojanje: } n = \frac{x}{x_1} = \frac{0}{0.01} = 0$$

$$\text{bezdimenzioni otpor: } m = \frac{\lambda}{\alpha \cdot x_1} = \dots = \frac{70}{6877.2 \cdot 0.01} = 1.02 \approx 1$$

$$\alpha = ? \quad (\text{određivanje koeficijenta prelaza topote})$$

$$Re_f = \frac{\rho_f \cdot w \cdot l_{ek}}{\mu_f} = \frac{998.2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 10^{-2}}{1004 \cdot 10^{-6}} = 39769, \quad Pr_f = 7.02$$

$$\alpha = \frac{\lambda_f}{l_{ek}} \cdot Nu_f = \frac{\lambda_f}{l_{ek}} \cdot \left(2 + 0.6 \cdot Re_f^{0.5} \cdot Pr_f^{0.33} \right) \Rightarrow$$

$$\alpha = \frac{59.9 \cdot 10^{-2}}{2 \cdot 10^{-2}} \cdot \left(2 + 0.6 \cdot (39769)^{0.5} \cdot (7.02)^{0.33} \right) = 6877.2 \frac{W}{m^2 K}$$

$$\text{bezdimenziono vreme: } X = f(Y, m, n) = 0.75 \quad (\text{Gurney-Lurie dijagram})$$

$$\tau = \frac{X \cdot x_1^2}{a} = \frac{0.75 \cdot 0.01^2}{3.147 \cdot 10^{-6}} = 23.8 \text{ s}$$

$$2 \cdot 23.8 \\ h = \quad \quad \quad = 47.6 \text{ m}$$

2.17. Iroka ploča ($a=8.31 \cdot 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}$) debljine $\delta=0.3 \text{ m}$ zagrejana je do temperature $T=700^\circ\text{C}$. Obe strane ploče trenutno se dovedu u kontakt sa fluidom stalne temperature $T_f=100^\circ\text{C}$. Zanemarujući topotni otpor na graničnim površinama fluid-ploča, odrediti temperaturu u sredini njoj ravni ploče nakon $\tau=17.55 \text{ min}$ hlađenja:

- a) analitičkom metodom
- b) numeričkom metodom uvezivajući jednom $M=2$, a drugi put $M=3$ i izračunati relativnu grećku u odnosu na analitičku metodu (%) pri ovakovom nizu određivanja temperature u sredini njoj ravnih ploča

a)

$$\text{bezdimenzionalni otpor: } m = \frac{\lambda}{\alpha \cdot x_1} = 0$$

$$\text{bezdimenzionalno rastojanje: } n = \frac{x}{x_1} = \frac{0}{0.15} = 0$$

$$\text{bezdimenzionalno vreme: } X = \frac{a \cdot \tau}{x_1^2} = \frac{8.31 \cdot 10^{-6} \cdot 17.55 \cdot 60}{0.15^2} = 0.39$$

$$\text{bezdimenzionalna temperatura: } Y = f(X, m, n) = 0.48 \quad (\text{Gurney-Lurie dijagram})$$

$$Y = \frac{T_1 - T}{T_1 - T_o}, \quad T = T_1 - Y \cdot (T_1 - T_o) = 388^\circ\text{C}$$

napomena:

Pošto je $X > 0.30$, bezdimenzionalna temperatura (Y) se može odrediti i iz jednacine:

$$Y = \frac{4}{\pi} \cdot \cos \left[\frac{\pi}{2} \cdot n \right] \cdot \exp \left[- \left(\frac{\pi}{2} \right)^2 \cdot X \right] = \frac{4}{\pi} \cdot \cos \left[\frac{\pi}{2} \cdot 0 \right] \cdot \exp \left[- \left(\frac{\pi}{2} \right)^2 \cdot 0.39 \right] = 0.486$$

$$Y = \frac{T_1 - T}{T_1 - T_o}, \quad T = T_1 - Y \cdot (T_1 - T_o) = 391.6^\circ\text{C}$$

U daljem toku zadatka smatrajemo da je tačno rešenje $T=391.6^\circ\text{C}$.

b)

$$\Delta x = \frac{\delta}{6} = \frac{0.3}{6} = 0.05 \text{ m}$$

dužina jednog segmenta:

$$\Delta\tau = \frac{(\Delta x)^2}{M \cdot a} = \frac{(0.05)^2}{2 \cdot 8.31 \cdot 10^{-6}} = 150.42 \text{ s}$$

du'ina jednog vremenskog perioda:

$$n = \frac{\tau}{\Delta\tau} = \frac{17.55 \cdot 60}{150.42} = 7$$

broj vremenskih perioda:

$$M=2 \quad T=395.31^{\circ}C \quad gre\{ka = \left(\frac{395.31}{391.6} - 1 \right) \cdot 100\% = +0.9\%$$

	1. ravan	2. ravan	3. ravan	4. ravan	5. ravan	6. ravan	7. ravan
0·Δτ	400.00	700.00	700.00	700.00	700.00	700.00	400.00
1·Δτ	100.00	550.00	700.00	700.00	700.00	550.00	100.00
2·Δτ	100.00	400.00	625.00	700.00	625.00	400.00	100.00
3·Δτ	100.00	362.50	550.00	625.00	550.00	362.50	100.00
4·Δτ	100.00	325.00	493.75	550.00	493.75	325.00	100.00
5·Δτ	100.00	296.88	437.50	493.75	437.50	296.88	100.00
6·Δτ	100.00	268.75	395.31	437.50	395.31	268.75	100.00
7·Δτ	100.00	247.66	353.13	395.31	353.13	247.66	100.00

du`ina jednog segmenta:

$$\Delta x = \frac{\delta}{6} = \frac{0.3}{6} = 0.05 \text{ m}$$

du`ina jednog vremenskog perioda:

$$\Delta \tau = \frac{(\Delta x)^2}{M \cdot a} = \frac{(0.05)^2}{3 \cdot 8.31 \cdot 10^{-6}} = 100.28 \text{ s}$$

broj vremenskih perioda:

$$n = \frac{\tau}{\Delta \tau} = \frac{17.55 \cdot 60}{100.28} = 10.47 \approx 10$$

$$M=3 \quad T=392.85^{\circ}C \quad gre\{ka = \left(\frac{392.85}{391.6} - 1 \right) \cdot 100\% = +0.3\%$$

	1. ravan	2. ravan	3. ravan	4. ravan	5. ravan	6. ravan	7. ravan
0·Δτ	100.00	700.00	700.00	700.00	700.00	700.00	100.00
1·Δτ	100.00	500.00	700.00	700.00	700.00	500.00	100.00
2·Δτ	100.00	433.33	633.33	700.00	633.33	433.33	100.00
3·Δτ	100.00	388.89	588.89	655.56	588.89	388.89	100.00
4·Δτ	100.00	359.26	544.44	611.11	544.44	359.26	100.00
5·Δτ	100.00	334.57	504.94	566.67	504.94	334.57	100.00
6·Δτ	100.00	313.17	468.72	525.51	468.72	313.17	100.00
7·Δτ	100.00	293.96	435.80	487.65	435.80	293.96	100.00
8·Δτ	100.00	276.59	405.81	453.09	405.81	276.59	100.00
9·Δτ	100.00	260.80	378.49	421.57	378.49	260.80	100.00
10·Δτ	100.00	246.43	353.62	392.85	353.62	246.43	100.00

2.18. Betonska ploča ($a=4.94 \cdot 10^{-7} \text{ m}^2/\text{s}$) debljine $\delta=180 \text{ mm}$, leži na tlu zagrejana do temperature $T_0=40^\circ\text{C}$. Jednog trenutka gornja površina ploče se doveđe u kontakt sa okolinom temperature $T_i=0^\circ\text{C}$. Koeficijent prelaza topline sa ploče na okolini vazduh je veliki. Ako se smatra da sa donje strane nema razmene topline, odrediti temperaturu donje strane ploče upotrebom Schmidt-ove metode kao i temperaturni profil nakon 91 minuta.

$$\Delta x = \frac{\delta}{6} = \frac{0.18}{6} = 0.03 \text{ m}$$

dužina jednog segmenta:

$$\Delta \tau = \frac{(\Delta x)^2}{M \cdot a} = \frac{(0.03)^2}{2 \cdot 4.94 \cdot 10^{-7}} = 911 \text{ s}$$

dužina jednog vremenskog perioda:

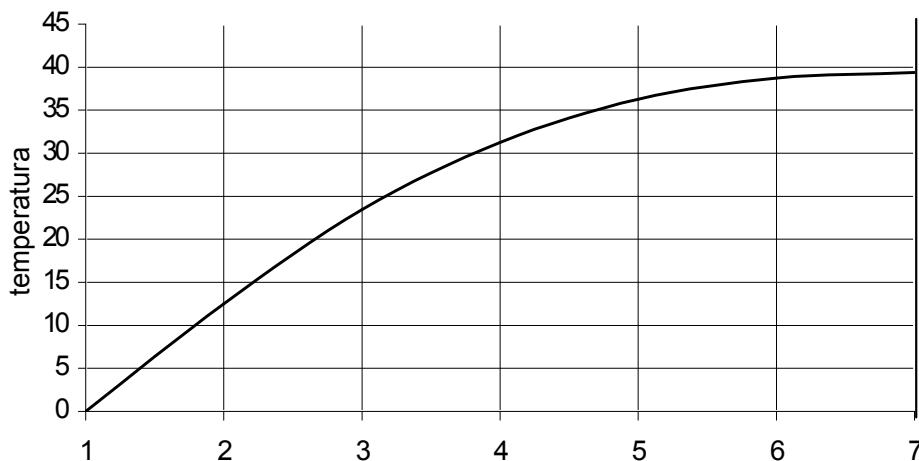
$$n = \frac{\tau}{\Delta \tau} = \frac{91 \cdot 60}{911} = 6$$

broj vremenskih perioda:

	1. ravan	2. ravan	3. ravan	4. ravan	5. ravan	6. ravan	7. ravan
$0 \cdot \Delta \tau$	20.00	40.00	40.00	40.00	40.00	40.00	40.00
$1 \cdot \Delta \tau$	0.00	30.00	40.00	40.00	40.00	40.00	40.00
$2 \cdot \Delta \tau$	0.00	20.00	35.00	40.00	40.00	40.00	40.00
$3 \cdot \Delta \tau$	0.00	17.50	30.00	37.50	40.00	40.00	40.00
$4 \cdot \Delta \tau$	0.00	15.00	27.50	35.00	38.75	40.00	40.00
$5 \cdot \Delta \tau$	0.00	13.75	25.00	33.13	37.50	39.38	40.00
$6 \cdot \Delta \tau$	0.00	12.50	23.44	31.25	36.25	38.75	39.38

$T=39.38^\circ\text{C}$ (temperatura donje strane ploče nakon 122 minuta)

temperaturni profil nakon vremena $\tau=6 \cdot \Delta \tau = 91 \text{ min}$



2.19. Vertikalni zid ($a=3.06 \cdot 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}$) neke prostorije ima uniformnu temperaturu od $T_o=20^\circ\text{C}$. Uključivanjem rashladnog uređaja vazduh u prostoriji se trenutno ohladi na $T_1=6^\circ\text{C}$ i ta temperatura vazduha se zatim održava konstantnom. Debljina zida je 0.36 m i sa spoljne strane je idealno izolovan. Zanemarujući topotni otpor konvekcije, upotreboom Schmidt-ove metode odrediti vreme za koje će se temperatura sredine ravni zida spustiti na $T=17^\circ\text{C}$.

Ovog puta potrebno je sprovoditi Schimdt-ov postupak sve dok se temperatura sredine ravni (ravan broj 4) ne spusti ispod 17°C , a zatim na osnovu broja upotrebljenih vremenskih perioda dužine $\Delta\tau$ odrediti potrebno vreme.

	1. ravan	2. ravan	3. ravan	4. ravan	5. ravan	6. ravan	7. ravan
0· $\Delta\tau$	13.00	20.00	20.00	20.00	20.00	20.00	20.00
1· $\Delta\tau$	6.00	16.50	20.00	20.00	20.00	20.00	20.00
2· $\Delta\tau$	6.00	13.00	18.25	20.00	20.00	20.00	20.00
3· $\Delta\tau$	6.00	12.13	16.50	19.13	20.00	20.00	20.00
4· $\Delta\tau$	6.00	11.25	15.63	18.25	19.56	20.00	20.00
5· $\Delta\tau$	6.00	10.81	14.75	17.59	19.13	19.78	20.00
6· $\Delta\tau$	6.00	10.38	14.20	16.94	18.69	19.56	19.78

Iz tabele se vidi da je potreban broj vremenskih perioda $n=6$

$$\Delta x = \frac{\delta}{6} = \frac{0.36}{6} = 0.06 \text{ m}$$

dužina jednog segmenta:

$$\Delta\tau = \frac{(\Delta x)^2}{M \cdot a} = \frac{(0.06)^2}{2 \cdot 3.06 \cdot 10^{-6}} = 588.2 \text{ s}$$

dužina jednog vremenskog perioda:

$$\text{ukupno vreme hlađenja: } \tau = n \cdot \Delta\tau = 6 \cdot 588.2 = 3529 \text{ s} (\approx 1 \text{ sat})$$

2.20. Temperatura ~eli~ne plo~e ($a=8.31 \cdot 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}$), debljine $\delta=0.3 \text{ m}$ je uniformna i iznosi 700°C . Plo~a se naglo dovodi u kontakt sa medijumom ~ija se temperatura odr`ava stalnom i iznosi 100°C . Zanemaruju}i toplotni otpor konvekcije Schmidt-ovom metodom:

- a) odrediti temperaturu centralne ravni plo~e nakon 17.55 minuta
- b) predstaviti temperaturni profil nakon $\Delta\tau$, $2\Delta\tau$, $3\Delta\tau$, $4\Delta\tau$, $5\Delta\tau$, $6\Delta\tau$ i $7\Delta\tau$ vremena

a)

$$\Delta x = \frac{\delta}{6} = \frac{0.3}{6} = 0.05 \text{ m}$$

du~ina jednog segmenta:

$$\Delta\tau = \frac{(\Delta x)^2}{M \cdot a} = \frac{(0.05)^2}{2 \cdot 8.31 \cdot 10^{-6}} = 150 \text{ s}$$

du~ina jednog vremenskog perioda:

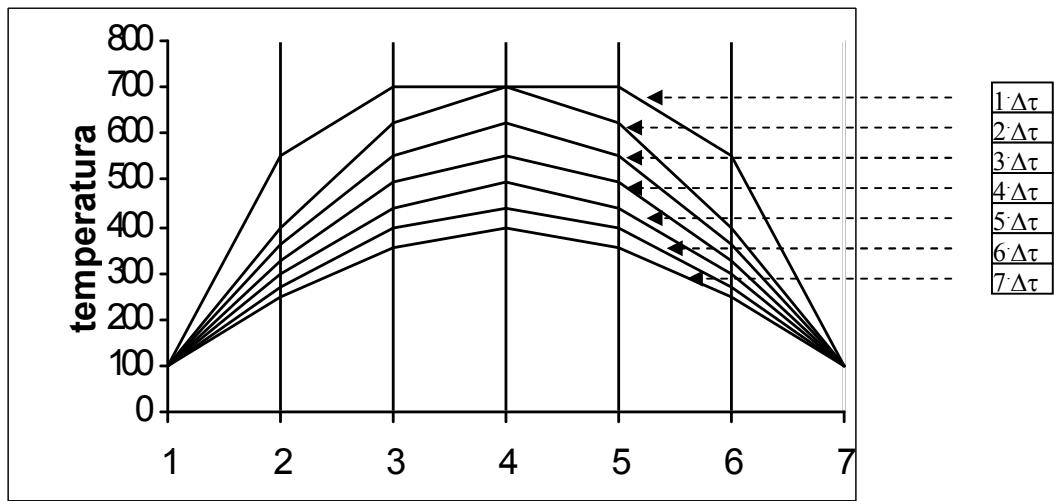
$$n = \frac{\tau}{\Delta\tau} = \frac{17.55 \cdot 60}{150} = 7$$

broj vremenskih perioda:

	1. ravan	2. ravan	3. ravan	4. ravan	5. ravan	6. ravan	7. ravan
$0\Delta\tau$	400.00	700.00	700.00	700.00	700.00	700.00	400.00
$1\Delta\tau$	100.00	550.00	700.00	700.00	700.00	550.00	100.00
$2\Delta\tau$	100.00	400.00	625.00	700.00	625.00	400.00	100.00
$3\Delta\tau$	100.00	362.50	550.00	625.00	550.00	362.50	100.00
$4\Delta\tau$	100.00	325.00	493.75	550.00	493.75	325.00	100.00
$5\Delta\tau$	100.00	296.88	437.50	493.75	437.50	296.88	100.00
$6\Delta\tau$	100.00	268.75	395.31	437.50	395.31	268.75	100.00
$7\Delta\tau$	100.00	247.66	353.13	395.31	353.13	247.66	100.00

$T=395.31^\circ\text{C}$ (temperatura sredi{nje ravni nakon 17.55 minuta)

b)



2.21. Temperatura ~eli~ne plo~e ($a=8.31 \cdot 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}$), debljine $\delta=0.3 \text{ m}$ je uniformna i iznosi 20°C . Plo~a se naglo dovodi u kontakt sa medijumom ~ija se temperatura odr`ava konstantnom i iznosi 100°C . Zanemaruju}i topotni otpor konvekcije upotrebom Schmidt-ove metode odrediti:

- a) temperaturu sredi{nje ravni nakon 10 minuta
- b) temperaturni profil nakon $\tau=5$ minuta i $\tau=10$ minuta

a)

$$\Delta x = \frac{\delta}{6} = \frac{0.3}{6} = 0.05 \text{ m}$$

du`ina jednog segmenta:

$$\Delta \tau = \frac{(\Delta x)^2}{M \cdot a} = \frac{(0.05)^2}{2 \cdot 8.31 \cdot 10^{-6}} = 150 \text{ s}$$

du`ina jednog vremenskog perioda:

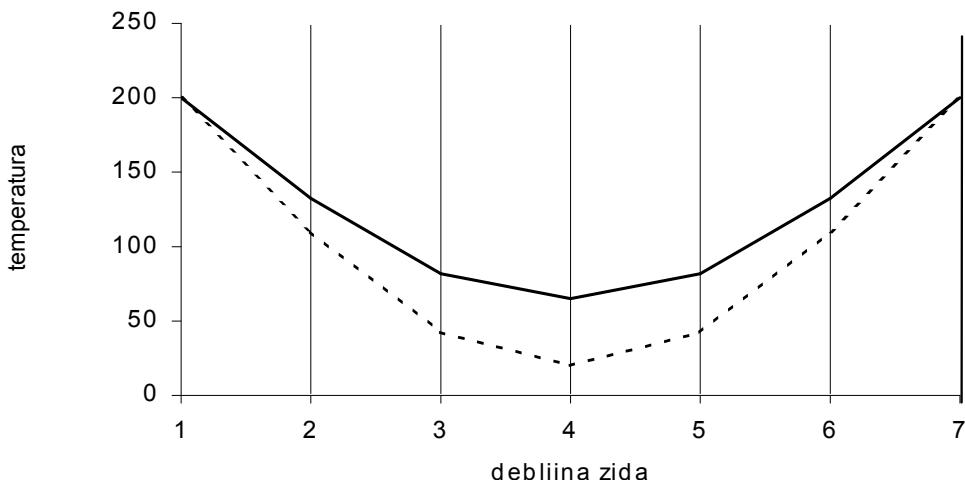
$$n = \frac{\tau}{\Delta \tau} = \frac{10 \cdot 60}{150} = 4$$

broj vremenskih perioda:

	1. ravan	2. ravan	3. ravan	4. ravan	5. ravan	6. ravan	7. ravan
$0 \cdot \Delta \tau$	110.00	20.00	20.00	20.00	20.00	20.00	110.00
$1 \cdot \Delta \tau$	200.00	65.00	20.00	20.00	20.00	65.00	200.00
$2 \cdot \Delta \tau$	200.00	110.00	42.50	20.00	42.50	110.00	200.00
$3 \cdot \Delta \tau$	200.00	121.25	65.00	42.50	65.00	121.25	200.00
$4 \cdot \Delta \tau$	200.00	132.50	81.88	65.00	81.88	132.50	200.00

$T=65^\circ\text{C}$ (temperatura sredi{nje ravni nakon 10 minuta)

b)



isprekidana linija: temperaturni profil nakon 5 minuta ($2\Delta\tau$)

puna linija: temperaturni profil nakon 10 minuta ($4\Delta\tau$)

2.22. Jedna strana ravnog zida ($a=2.58 \cdot 10^{-5} \text{ m}^2/\text{s}$), debljine $\delta=1.2 \text{ m}$ održava se na temperaturi od 70°C , a druga na 30°C . U trenutku kada se kroz zid uspostavi konstantan gradijent temperature (tj. kada temperaturni profil postane linearan) smer zagrevanja i hlađenja se menja, tako da se strana zida koja je prvobitno bila na 70°C dovodi na 30°C ,

a strana koja je bila na 30°C dovodi na 70°C . Zanemarujući topotni otpor konvekcije odrediti:

- temperaturu zida na rastojanju 1 m od strane koja je prvobitno bila na 70°C (esta ravan) nakon {to protekne 3100 s}
- posle koliko vremena od trenutka promene smera zagrevanja-hlađenja će gradijent temperature opet postati konstantan (tj. profil temperature linearan)

a)

	1. ravan	2. ravan	3. ravan	4. ravan	5. ravan	6. ravan	7. ravan
$0 \cdot \Delta\tau$	50.00	63.33	56.67	50.00	43.33	36.67	50.00
$1 \cdot \Delta\tau$	30.00	53.33	56.67	50.00	43.33	46.67	70.00
$2 \cdot \Delta\tau$	30.00	43.33	51.67	50.00	48.33	56.67	70.00
$3 \cdot \Delta\tau$	30.00	40.83	46.67	50.00	53.33	59.17	70.00
$4 \cdot \Delta\tau$	30.00	38.33	45.42	50.00	54.58	61.67	70.00
$5 \cdot \Delta\tau$	30.00	37.71	44.17	50.00	55.83	62.29	70.00
$6 \cdot \Delta\tau$	30.00	37.08	43.85	50.00	56.15	62.92	70.00
$7 \cdot \Delta\tau$	30.00	36.93	43.54	50.00	56.46	63.07	70.00
$8 \cdot \Delta\tau$	30.00	36.77	43.46	50.00	56.54	63.23	70.00
$9 \cdot \Delta\tau$	30.00	36.73	43.39	50.00	56.61	63.27	70.00
$10 \cdot \Delta\tau$	30.00	36.69	43.37	50.00	56.63	63.31	70.00
$11 \cdot \Delta\tau$	30.00	36.68	43.35	50.00	56.65	63.32	70.00
$12 \cdot \Delta\tau$	30.00	36.67	43.34	50.00	56.66	63.33	70.00
$13 \cdot \Delta\tau$	30.00	36.67	43.34	50.00	56.66	63.33	70.00
$14 \cdot \Delta\tau$	30.00	36.67	43.34	50.00	56.66	63.33	70.00
$15 \cdot \Delta\tau$	30.00	36.67	43.33	50.00	56.67	63.33	70.00

$$\Delta x = \frac{\delta}{6} = \frac{1.2}{6} = 0.2 \text{ m}$$

dućina jednog segmenta:

$$\Delta\tau = \frac{(\Delta x)^2}{M \cdot a} = \frac{(0.2)^2}{2 \cdot 2.58 \cdot 10^{-5}} = 775.2 \text{ s}$$

dućina jednog vremenskog perioda:

$$n = \frac{\tau}{\Delta\tau} = \frac{3100}{775.2} = 4$$

broj vremenskih perioda:

nakon 4 vremenske periode na rastojanju od 1 m temperatura iznosi 61.67°C

b)

Na osnovu podataka iz tabele, profil temperature postaje opet linearan nakon 15 vremenskih perioda tj. nakon $\tau=15 \cdot 775.2 = 11628$ s (≈ 3 sat 15 minuta)

2.23. Plo~a od nikla ($a=1.47 \cdot 10^{-5} \text{ m}^2/\text{s}$) debljine $\delta=252 \text{ mm}$, termi~ki se obra~uje uzastopnim tretiranjem vi{im i ni`im temperaturama. Plo~a, prethodno zagrejana do uniformne temperature od 800°C , se potopi u rashladni medijum temperature 100°C i ostavi da stoji u rahladnom medijumu $\tau_1=4$ minuta. Nakon toga se plo~a vadi iz rashladnog medijuma i potapa u grejni medijum temperature 800°C i ostavi da stoji u grejnog medijumu 2 minuta. Zanemaruju}i topotni otpor konvekcije odrediti temperaturni profil plo~e po isteku ovog vremena ($\tau_1+\tau_2=6$ minuta).

$$\Delta x = \frac{\delta}{6} = \frac{0.252}{6} = 0.042 \text{ m}$$

du`ina jednog segmenta:

$$\Delta \tau = \frac{(\Delta x)^2}{M \cdot a} = \frac{(0.042)^2}{2 \cdot 1.47 \cdot 10^{-5}} = 60 \text{ s}$$

du`ina jednog vremenskog perioda:

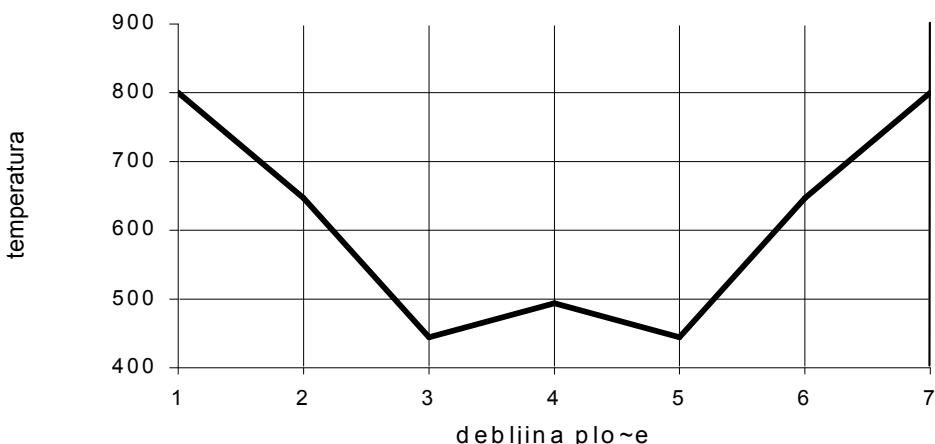
$$n = \frac{\tau_1 + \tau_2}{\Delta \tau} = \frac{240 + 120}{60} = 4+2=6$$

broj vremenskih perioda:

	1. ravan	2. ravan	3. ravan	4. ravan	5. ravan	6. ravan	7. ravan
$0 \Delta \tau$	450.00	800.00	800.00	800.00	800.00	800.00	450.00
$1 \Delta \tau$	100.00	625.00	800.00	800.00	800.00	625.00	100.00
$2 \Delta \tau$	100.00	450.00	712.50	800.00	712.50	450.00	100.00
$3 \Delta \tau$	100.00	406.25	625.00	712.50	625.00	406.25	100.00
$4 \Delta \tau$	100.00	362.50	559.38	625.00	559.38	362.50	100.00

	1. ravan	2. ravan	3. ravan	4. ravan	5. ravan	6. ravan	7. ravan
$0 \Delta \tau$	450.00	362.50	559.38	625.00	559.38	362.50	450.00
$1 \Delta \tau$	800.00	329.69	493.75	559.38	493.75	329.69	800.00
$2 \Delta \tau$	800.00	646.88	444.53	493.75	444.53	646.88	800.00

temperaturni profil nakon 6 minuta:



2.24. Porcelanska pločica ($a=3.97 \cdot 10^{-7} \text{ m}^2/\text{s}$) debljine $\delta=6 \text{ cm}$, uniformne temperature 20°C , dovodi se u kontakt sa okolinom temperature 100°C . Nakon $\tau_1=6.3$ minuta jedan kraj pločice se doveđe u kontakt sa okolinom temperature 22°C , a drugi kraj se izoluje. Odrediti temperaturni profil duž pločice nakon $\tau_2=4.2$ minuta od početka hlađenja. Zanemariti topotropni otpor konvekcije.

$$\Delta x = \frac{\delta}{6} = \frac{0.06}{6} = 0.01 \text{ m}$$

dužina jednog segmenta:

$$\Delta\tau = \frac{(\Delta x)^2}{M \cdot a} = \frac{(0.01)^2}{2 \cdot 3.97 \cdot 10^{-7}} = 126 \text{ s}$$

dužina jednog vremenskog perioda:

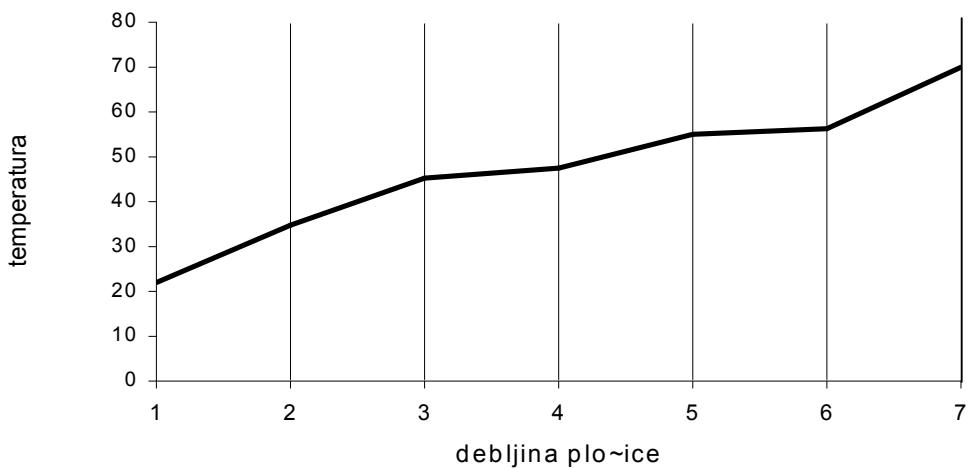
$$n = \frac{\tau_1 + \tau_2}{\Delta\tau} = \frac{378 + 252}{126} = 3+2=5$$

broj vremenskih perioda:

	1. ravan	2. ravan	3. ravan	4. ravan	5. ravan	6. ravan	7. ravan
$0 \cdot \Delta\tau$	60.00	20.00	20.00	20.00	20.00	20.00	60.00
$1 \cdot \Delta\tau$	100.00	40.00	20.00	20.00	20.00	40.00	100.00
$2 \cdot \Delta\tau$	100.00	60.00	30.00	20.00	30.00	60.00	100.00
$3 \cdot \Delta\tau$	100.00	65.00	40.00	30.00	40.00	65.00	100.00

	1. ravan	2. ravan	3. ravan	4. ravan	5. ravan	6. ravan	7. ravan
$0 \cdot \Delta\tau$	61.00	65.00	40.00	30.00	40.00	65.00	100.00
$1 \cdot \Delta\tau$	22.00	50.50	47.50	40.00	47.50	70.00	65.00
$2 \cdot \Delta\tau$	22.00	34.75	45.25	47.50	55.00	56.25	70.00

temperaturni profil 4.2 minuta nakon po~etka hla| enja



2.25. Uz vertikalni zid od gipsanih ploča ($a_1=0.532 \cdot 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}$) debljine $\delta_1=22.5 \text{ cm}$ priljubljen je ravan zid od granulisanog pijake ($a_2=0.4 \cdot 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}$) debljine $\delta_2=19.5 \text{ cm}$. Ustaljeni raspored temperaturne po

$$t = -0.22 \cdot x^2 + 4.95 \cdot x - 17.8$$

debljini gipsanog sloja dat je izrazom: $t = 2 \cdot x - 62.8$, a po debljini sloja pijake

izrazom gde je x rastojanje od spoljašnje površine gipsanog sloja (cm) a t

temperatura ($^{\circ}\text{C}$). Naglo i istovremeno, temperaturna na spoljašnjoj površini gipsanog sloja poraste na 38°C , a temperaturna na spoljašnjoj površini sloja pijake opadne do -18°C i potom obe duće vreme ostaju nepromjenjene. Zanemarujući toplotne otpore na graničnim površinama odrediti temperaturu na dodirnoj površini gipsane ploče i ploče od pijake i grafički predstaviti profil temperaturu nakon 3 sata.

gipsani sloj:

$$\Delta x_1 = \frac{\delta_1}{6} = \frac{0.225}{6} = 3.75 \cdot 10^{-2} \text{ m}$$

dužina jednog segmenta:

$$\Delta \tau_1 = \frac{(\Delta x_1)^2}{M \cdot a_1} = \frac{(3.75 \cdot 10^{-2})^2}{2 \cdot 0.532 \cdot 10^{-6}} = 1322 \text{ s}$$

dužina jednog vremenskog perioda:

$$n_1 = \frac{\tau}{\Delta \tau_1} = \frac{3 \cdot 3600}{1322} = 8$$

broj vremenskih perioda:

sloj pijake:

$$\text{dužina jednog vremenskog perioda: } \Delta \tau_2 = \Delta \tau_1 = 1322 \text{ s}$$

$$\frac{(\Delta x_1)^2}{\Delta \tau_1 \cdot a_1} = \frac{(\Delta x_2)^2}{\Delta \tau_2 \cdot a_2} \Rightarrow$$

dužina jednog segmenta:

$$\Delta x_2 = \Delta x_1 \cdot \sqrt{\frac{a_2}{a_1}} = 3.75 \cdot 10^{-2} \cdot \sqrt{\frac{0.4 \cdot 10^{-6}}{0.532 \cdot 10^{-6}}} = 3.25 \cdot 10^{-2} \text{ m}$$

$$\text{potreban broj segmenta: } \frac{\delta_2}{\Delta x_2} = \frac{19.5 \cdot 10^{-2}}{3.25 \cdot 10^{-2}} = 6$$

profil temperaturna u oba zida u stacionarnom režimu:

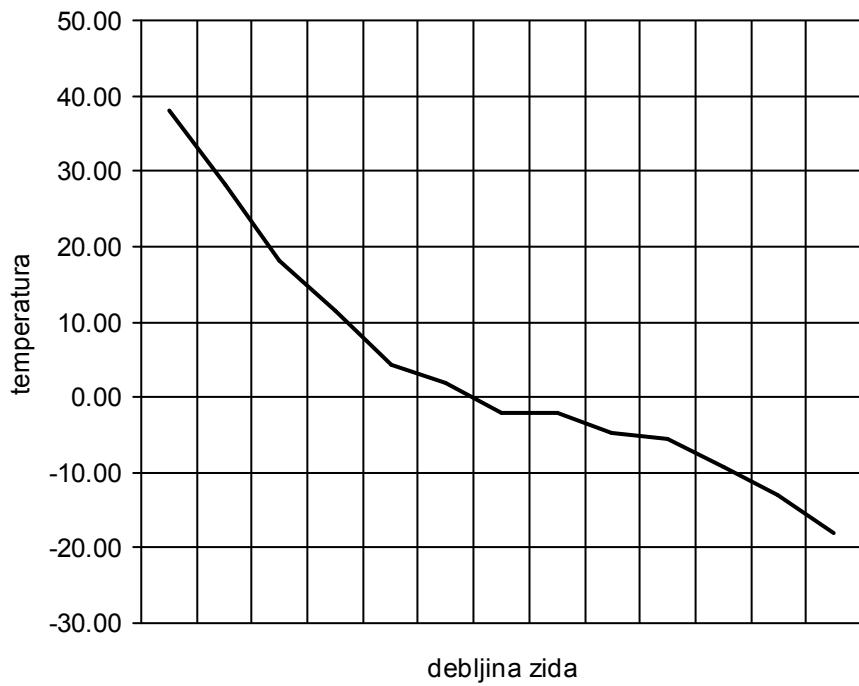
$$t = -0.22 \cdot x^2 + 4.95 \cdot x - 17.8$$

Određuje se na osnovu izraza
 $t = 2 \cdot x - 62.8$
 , za gipsani sloj i izraza
 ,za sloj {ljake i prikazan je u tabeli:

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
x, cm	0.00	3.75	7.50	11.25	15.00	18.75	22.50	25.75	29.00	32.25	35.50	38.75	42.00
t, °C	-17.80	-2.30	7.00	10.00	7.00	-2.30	-17.80	-11.30	-4.80	1.70	8.20	14.70	21.20

profil temperatura u oba zida u nestacionarnom re`imu:

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
0Δτ	10	-2.30	7.00	10.00	7.00	-2.30	-17.8	-11.3	-4.80	1.70	8.20	14.70	1.6
1Δτ	38	8.55	3.85	7.00	3.85	-5.40	-6.80	-11.3	-4.80	1.70	8.20	4.90	-18
2Δτ	38	20.93	7.78	3.85	0.80	-1.48	-8.35	-5.80	-4.80	1.70	3.30	-4.90	-18
3Δτ	38	22.89	12.39	4.29	1.19	-3.78	-3.64	-6.58	-2.05	-0.75	-1.60	-7.35	-18
4Δτ	38	25.19	13.59	6.79	0.26	-1.23	-5.18	-2.84	-3.66	-1.83	-4.05	-9.80	-18
5Δτ	38	25.79	15.99	6.92	2.78	-2.46	-2.03	-4.42	-2.33	-3.86	-5.81	-11.0.	-18
6Δτ	38	27.00	16.36	9.39	2.23	0.37	-3.44	-2.18	-4.14	-4.07	-7.44	-11.9	-18
7Δτ	38	27.18	18.19	9.29	4.88	-0.60	-0.91	-3.79	-3.13	-5.79	-7.99	-12.7	-18
8Δτ	38	28.10	18.24	11.54	4.35	1.99	<u>-2.20</u>	-2.02	-4.79	-5.56	-9.25	-13.0	-18



2.26.U eli~noj {ipki ($\lambda=50 \text{ W/mK}$, $a=1.25 \cdot 10^{-5} \text{ m}^2/\text{s}$), kvadratnog popre~nog preseka stranice $y=20 \text{ mm}$, du~ine $L=120 \text{ mm}$, idealno izolovanoj po omota~u i jednoj bazi uspostavljen je konstantan

$$\dot{Q}$$

toplotni protok od $=7.56 \text{ W}$ du~e ose od izolovane baze koja ima temperaturu $T_1=400^\circ\text{C}$ ka neizolovanoj bazi. U jednom trenutku temperatura neizolovane baze se povisi na 500°C . Odrediti temperaturni profil u {ipki:

a) neposredno pre dovo|enja neizolovane baze na temperaturu od 500°C

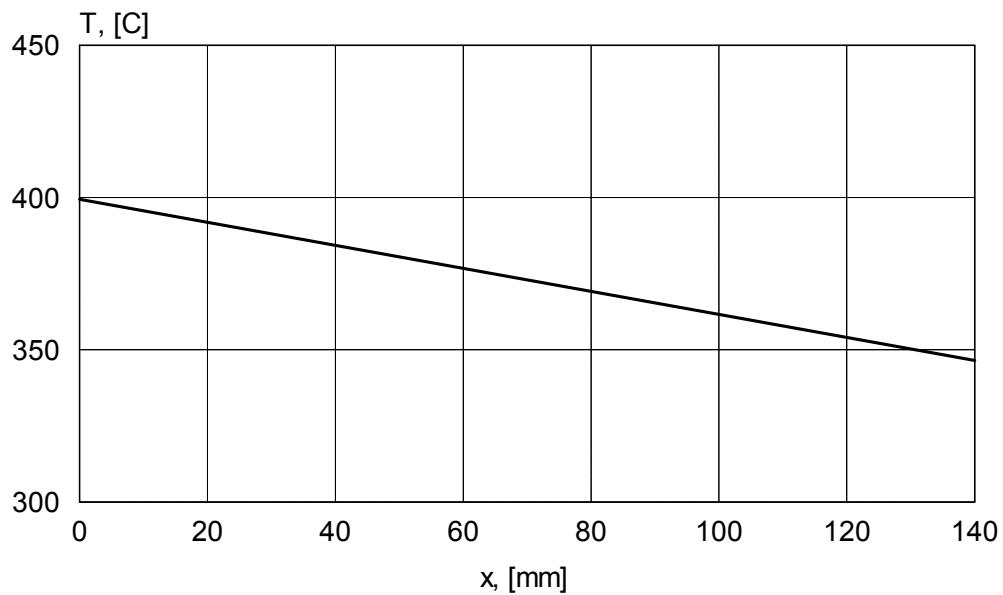
b) 80 s nakon dovo|enja neizolovane baze na temperaturu od 500°C

a)

Pre dovo|enja neizolovane baze na temperaturu od 500°C topotni protok kroz {ipku je konstantan {to zna~i da je kondukcija toplote kroz {ipku stacionarna.

$$\begin{aligned}\dot{Q} &= \frac{T_1 - T}{x} \cdot y^2 & \Rightarrow & T = T_1 - \frac{\dot{Q}}{y^2 \cdot \lambda} \cdot x & \Rightarrow \\ T &= 400 - \frac{7.56}{0.02^2 \cdot 50} \cdot x & \Rightarrow & T = 400 - 378 \cdot x\end{aligned}$$

x, mm	0	20	40	60	80	100	120
T, °C	400	392.44	384.88	377.32	369.76	362.2	354.64



b)

Nakon dovođenja neizolovane baze na temperaturu od 500°C topotni protok kroz čipku nije konstantan (to znači da je kondukcija topline kroz čipku nestacionarna).

$$\Delta x = \frac{\delta}{6} = \frac{0.120}{6} = 0.02 \text{ m}$$

dužina jednog segmenta:

$$\Delta\tau = \frac{(\Delta x)^2}{M \cdot a} = \frac{(0.02)^2}{2 \cdot 1.25 \cdot 10^{-5}} = 16 \text{ s}$$

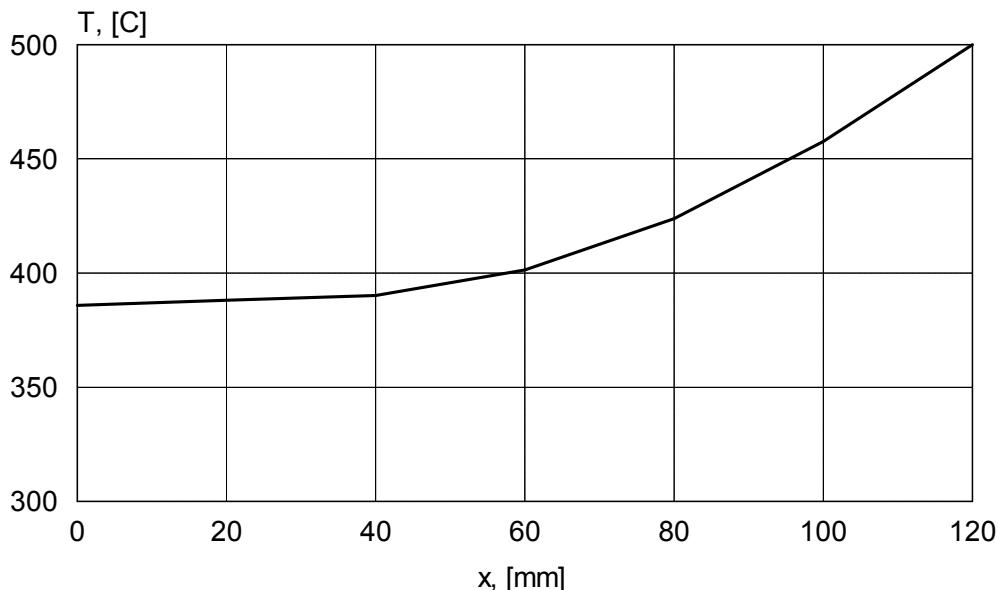
dužina jednog vremenskog perioda:

$$n = \frac{\tau}{\Delta\tau} = \frac{80}{16} = 5$$

broj vremenskih perioda:

	1. ravan	2. ravan	3. ravan	4. ravan	5. ravan	6. ravan	7. ravan
$0 \cdot \Delta\tau$	427.32	362.20	369.76	377.32	384.88	392.44	400.00
$1 \cdot \Delta\tau$	500.00	398.54	369.76	377.32	384.88	392.44	392.44
$2 \cdot \Delta\tau$	500.00	434.88	387.93	377.32	384.88	388.66	392.44
$3 \cdot \Delta\tau$	500.00	443.97	406.10	386.41	382.99	388.66	388.66
$4 \cdot \Delta\tau$	500.00	453.05	415.19	394.55	387.53	385.83	388.66
$5 \cdot \Delta\tau$	500.00	457.59	423.80	401.36	390.19	388.10	385.83

Temperaturni profil u čipki nakon vremena $\tau=5 \cdot \Delta\tau=80 \text{ s}$



zadaci za većbanje: (2.27.-2.29.)

2.27. ~eli~na kugla pre~nika $d=5 \text{ cm}$ ($\lambda=45 \text{ W/(mK)}$, $\rho=7800 \text{ kg/m}^3$, $c=0.46 \text{ kJ/(kgK)}$), po~etne temperature $T_1=450^\circ\text{C}$, naglo se stavi u okolinu kontrolisane temperature $T_f=100^\circ\text{C}=\text{const}$. Koeficijent prelaza topote sa ~eli~ne kuglice na okolinu iznosi $\alpha=11.36 \text{ W/(m}^2\text{K)}$. Odrediti:

- a) za koje }e se vreme kugla ohladiti do $T_2=450^\circ\text{C}$
- b) koliko }e iznositi temperatura kugle nakon $\tau=40 \text{ minuta}$

re{enje: a) $\tau=5820 \text{ s}$ b) $T_2=257^\circ\text{C}$

2.28. Raspodela temperature kroz ravan zid ($\lambda=1.4 \text{ W/(mK)}$) debljine 0.3 m, meri se termoelementima postavljenim u zidu. U nekom trenutku vremena τ , temperatura kao funkcija polo~aja mo`e biti

$$T = 305 - 18 \cdot x - 90 \cdot x^2$$

predstavljena jedna~nom: ,

gde je x , debljina zida (m) a T , temperatura zida (K). Povr{ina zida iznosi $A=4 \text{ m}^2$. Odrediti koli~inu topote u jedinici vremena (toplotni protok) koja ulazi u zid i koja napu{ta zid.

$$\dot{Q}_1 \quad \dot{Q}_2$$

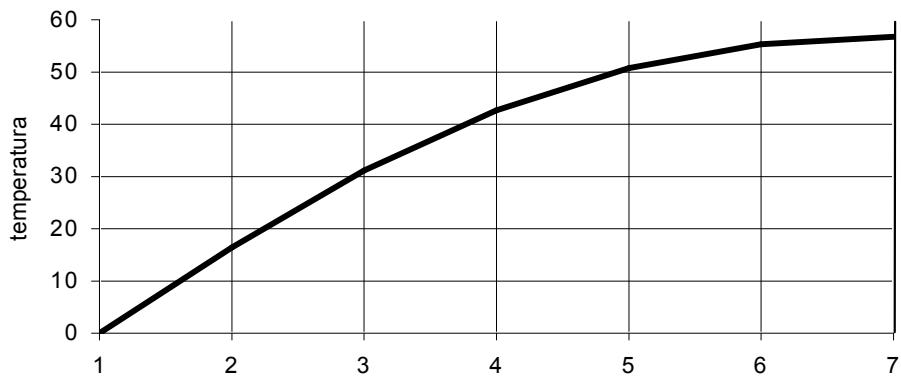
re{enje: $\dot{Q}_1=100.8 \text{ kW}$, $\dot{Q}_2=403.2 \text{ kW}$

2.29. Betonska plo~a ($a=4.94 \cdot 10^{-7} \text{ m}^2/\text{s}$) debljine $\delta=180 \text{ mm}$, le`i na tlu zagrejana do temperature $T_0=60^\circ\text{C}$. Jednog trenutka gornja povr{ina plo~e se dovede u kontakt sa okolinom temperature $T_1=0^\circ\text{C}$. Koeficijent prelaza topote sa plo~e na okolini vazduh je veliki. Ako se smatra da sa donje strane nema razmene topote, zanemaruju}i topotni otpor konvekcije odrediti temperaturu donje strane plo~e nakon 122 minuta:

- a) upotrebom Schmidt-ove metode
- b) upotrebom Gurney-Lurie dijagrama

skicirati temperaturni profil nakon 122 minuta

re{enje: a) $T=56.72^\circ\text{C}$ b) $T=58.2^\circ\text{C}$



3.1. Vazduh (idealni gas) stanja 1($p=1$ bar, $t=80^\circ\text{C}$) hladi se u suprotnosmernom razmenjiva~u topote do stanja 2($p=1$ bar, $t=20^\circ\text{C}$). Kao rashladni fluid koristi se voda ($c_w=4.18 \text{ kJ/(kgK)}$) koja se tom prilikom zagreje od $t_{w1}=13^\circ\text{C}$ do $t_{w2}=30^\circ\text{C}$. Koeficijent prolaza topote na vodu iznosi $k=60 \text{ W/m}^2\text{K}$, povr{ina za razmenu topote iznosi $A=12 \text{ m}^2$. Odrediti:

- toplotnu snagu razmenjiva~a topote
- masene protoke vazduha i rashladne vode (kg/h)

a)

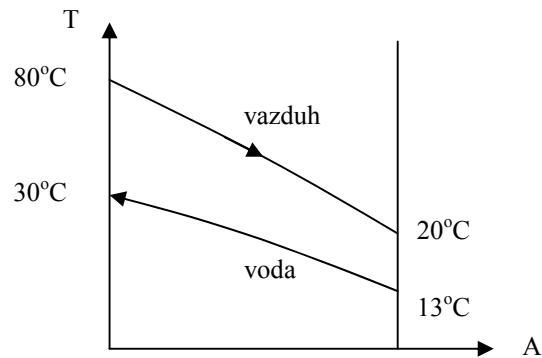
$$\dot{Q}_{raz} = k \cdot \Delta T_{sr} \cdot A = \dots$$

$$\Delta T_{sr} = ?$$

$$\Delta T_{\max} = 50^\circ\text{C}$$

$$\Delta T_{\min} = 7^\circ\text{C}$$

$$\Delta T_{sr} = \frac{50 - 7}{\ln \frac{50}{7}} = 21.9^\circ\text{C}$$



$$\dot{Q}_{raz} = 60 \cdot 21.9 \cdot 12 = 15800 \text{ W} = 15.8 \text{ kW}$$

b)

toplotni bilans razmenjiva~a topote:

$$\dot{Q}_{raz} = -\dot{m}_v \cdot c_{pv} \cdot (t_2 - t_1) = \dot{m}_w \cdot c_w \cdot (t_{w2} - t_{w1})$$

$$\dot{m}_v = \frac{\dot{Q}_{raz}}{c_{pv} \cdot (T_1 - T_2)} = \frac{15.8}{1 \cdot (80 - 20)} = 0.26 \frac{\text{kg}}{\text{s}}$$

$$\dot{m}_w = \frac{\dot{Q}_{raz}}{c_w \cdot (t_{w1} - t_{w2})} = \frac{15.8}{4.18 \cdot (30 - 13)} = 0.22 \frac{\text{kg}}{\text{s}}$$

3.2. U hladnjaku sa istosmernim strujanjem, tipa cev u cevi, hlađi se 140 hl/h vina ($\rho_v=990 \text{ kg/m}^3$, $c_v=3.8 \text{ kJ/kgK}$) od temperature $t_1=0^\circ\text{C}$ do temperature od $t_2=-6^\circ\text{C}$. U hladnjak, kao rahladni medijum, ulazi vlačna para amonijaka ($t=-13^\circ\text{C}$, $x=0.1$). Rahladni medijum napušta hladnjak kao suvozasi ena para ($t=-13^\circ\text{C}$, $x=1$). Odrediti:

- potrošnju rahladnog medijuma (kg/h)
- dužinu hladnjaka ako je koeficijent prolaza toplotne sa vina na amonijak $k=100 \text{ W/mK}$

a)

toplotni bilans razmenjivača toplotne:

$$\dot{Q}_{raz} = -\Delta H_{vino} = \Delta H_{amonijak}$$

$$\dot{Q}_{raz} = -\dot{m}_v \cdot c_v \cdot (t_2 - t_1) = \dot{m}_a \cdot (h_{a2} - h_{a1}) \Rightarrow \dot{m}_a = \frac{-\dot{m}_v \cdot c_v \cdot (t_2 - t_1)}{(h_{a2} - h_{a1})} = \dots$$

$$\dot{m}_v = \rho_v \cdot \dot{V} = 990 \cdot 140 \cdot \frac{10^2 \cdot 10^{-3}}{3600} = 3.85 \frac{\text{kg}}{\text{s}}$$

$$h_{a2} = h'' = 2207 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}} \quad h_{a1} = h''' + x \cdot (h'' - h') = 1030.25 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}}$$

$$\dot{m}_a = \frac{-\dot{m}_v \cdot c_v \cdot (t_2 - t_1)}{(h_{a2} - h_{a1})} = \frac{-3.85 \cdot 3.8 \cdot (-6 - 0)}{(2207 - 1030.25)} = 7.46 \cdot 10^{-2} \frac{\text{kg}}{\text{s}} = 268.5 \frac{\text{kg}}{\text{h}}$$

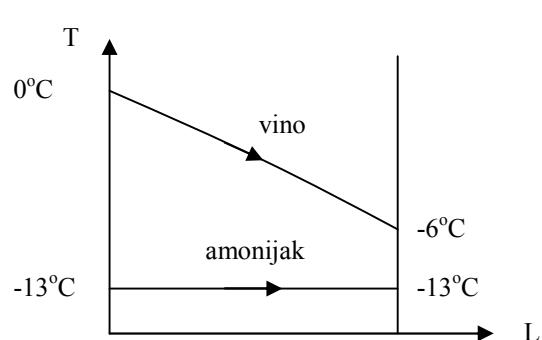
b)

$$\dot{Q}_{raz} = k \cdot \Delta T_{sr} \cdot A \Rightarrow L = \frac{\dot{Q}_{raz}}{k \cdot \Delta T_{sr}} = \dots$$

$$\Delta T_{sr} = ?$$

$$\begin{aligned} \Delta T_{\max} &= 13^\circ\text{C} \\ \Delta T_{\min} &= 7^\circ\text{C} \end{aligned}$$

$$\Delta T_{sr} = \frac{13 - 7}{\ln \frac{13}{7}} = 9.7^\circ\text{C}$$



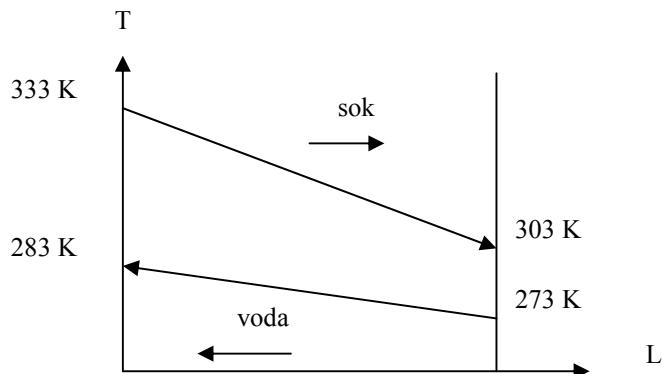
$$\dot{Q}_{raz} = -\dot{m}_v \cdot c_v \cdot (t_2 - t_1) = -3.85 \cdot 3.8 \cdot (-6 - 0) = 87.8 \text{ kW}$$

$$L = \frac{\dot{Q}_{raz}}{k \cdot \Delta T_{sr}} = \frac{87.8}{100 \cdot 10^{-3} \cdot 9.7} = 90.5 \text{ m}$$

3.3. U razmenjiva~u toplove ukupne du`ine $L= 30$ m sa suprotnosmernim tokom fluida vr{ i se hla|enje soka hladnom vodom. Temperatura soka se pri tome menja du` razmenjiva~a po jedna~ini $T_s=n_1 L+333$ ($n_1=1$ K/m), dok se temperatura vode menja po jedna~ini $T_w=n_2 L+283$ ($n_2=-1/3$ K/m). Koeficijent prolaza toplove du` razmenjiva~a je konstantan i iznosi $k=30$ W/mK. Ako prepostavimo da je razmenjiva~ sastavljen iz dva segmenta, du`ina L_1 i L_2 , tako da je toploftna snaga prvog segmenta dva puta ve}a od toploftne snage drugog segmenta, tj. $Q_1 = 2 \cdot Q_2$ i ako se srednja razlika temperatura fluida odredjuje iz izraza $\Delta T_{sr}=\frac{\Delta T_{max} + \Delta T_{min}}{2}$, odrediti:

- a) toploftne snage prvog i drugog segmenta, Q_1 i Q_2 (kW)
- b) du`inu prvog i drugog segmenta, L_1 i L_2 (m)

a)



$$\Delta T_{max} = 333 - 283 = 50 \text{ K} \quad \Delta T_{min} = 303 - 273 = 30 \text{ K}$$

$$\Delta T_{sr} = \frac{\Delta T_{max} + \Delta T_{min}}{2} = \frac{50 + 30}{2} = 40 \text{ K}$$

$$Q = k \cdot \Delta T_{sr} \cdot L = 30 \cdot 10^{-3} \cdot 40 \cdot 30 = 36 \text{ kW}$$

$$Q = Q_1 + Q_2 \quad (1)$$

$$Q_1 = 2 \cdot Q_2 \quad (2)$$

kombinovanjem jedna~ina (1) i (2) dobija se:

$$Q_1 = 24 \text{ kW} \quad \text{i} \quad Q_2 = 12 \text{ kW}$$

b)

$$Q_1 = k \cdot \Delta T_{sr1} \cdot L_1 \quad (\text{razmenjena toplota u prvom segmentu})$$

$$Q_2 = k \cdot \Delta T_{sr2} \cdot L_2 \quad (\text{razmenjena toplota u drugom segmentu})$$

ako sa ΔT obeležimo razliku temperatura soka i vode na dužini L_1 i ako dužinu L_2 zamenimo razlikom $L - L_1$ dobija se:

$$Q_1 = k \cdot \frac{50 + \Delta T}{2} \cdot L_1 \quad (3)$$

$$Q_2 = k \cdot \frac{30 + \Delta T}{2} \cdot (L - L_1) \quad (4)$$

kombinovanjem jednačina (3) i (4) (sistem dve jednačine sa dve nepoznate) dobija se $\Delta T = 37.87 \text{ K}$ i $L_1 = 18.2 \text{ m}$, a zatim se izračuna $L_2 = L - L_1 = 11.8 \text{ m}$

3.4. U protivstrujnom razmenjivaču toplote, površine $A=3 \text{ m}^2$, hlađi se sok od početne temperature $t_1=110^\circ\text{C}$ do temperature $t_2=60^\circ\text{C}$. Početna temperatura rashladne vode je $t_3=12^\circ\text{C}$ a krajnja $t_4=37^\circ\text{C}$. Odrediti potrebnu površinu razmenjivača toplote, A' , ako sok treba ohladiti do $t_2'=40^\circ\text{C}$ a početne temperature i maseni protoci oba fluida treba da ostanu konstantni. Pretpostaviti da je koeficijent prolaza topline u navedenom temperaturskom intervalu konstantna veličina u oba slučaja.

toplotni bilans razmenjivača toplote u prvom slučaju: $\dot{Q}_1 = -\dot{\Delta H}_{sok} = \dot{\Delta H}_{voda}$

$$\dot{Q}_1 = -\dot{m}_s \cdot c_s \cdot (t_2 - t_1) = \dot{m}_w \cdot c_w \cdot (t_4 - t_3) \quad (1)$$

toplotni bilans razmenjivača toplote u drugom slučaju: $\dot{Q}_2 = -\dot{\Delta H}_{sok} = \dot{\Delta H}_{voda}$

$$\dot{Q}_2 = -\dot{m}_s \cdot c_s \cdot (t_2' - t_1) = \dot{m}_w \cdot c_w \cdot (t_4' - t_3) \quad (2)$$

deljenjem jednačina (2) i (1) dobija se:

$$\frac{t_2' - t_1}{t_2 - t_1} = \frac{t_4' - t_3}{t_4 - t_3} \Rightarrow t_4' = t_3 + (t_4 - t_3) \cdot \frac{t_2' - t_1}{t_2 - t_1} \Rightarrow$$

$$t_4' = 12 + (37 - 12) \cdot \frac{40 - 110}{60 - 110} = 47^\circ\text{C}$$

$$\dot{Q}_1 = -\dot{m}_s \cdot c_s \cdot (t_2 - t_1) = \dot{m}_w \cdot c_w \cdot (t_4 - t_3) = k \cdot \Delta t_{sr} \cdot A \quad (3)$$

$$\dot{Q}_2 = -\dot{m}_s \cdot c_s \cdot (t'_2 - t'_1) = \dot{m}_w \cdot c_w \cdot (t'_4 - t'_3) = k \cdot \Delta t'_{sr} \cdot A' \quad (4)$$

deljenjem jedna~ina (4) i (3) dobija se:

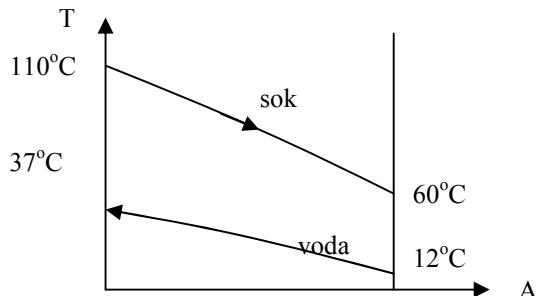
$$\frac{t'_2 - t'_1}{t_2 - t_1} = \frac{\Delta t'_{sr}}{\Delta t_{sr}} \cdot \frac{A'}{A} \Rightarrow A' = A \cdot \frac{t'_2 - t'_1}{t_2 - t_1} \cdot \frac{\Delta t_{sr}}{\Delta t'_{sr}} = \dots$$

$$\Delta t_{sr} = ?$$

$$\Delta t_{max} = 73^{\circ}\text{C}$$

$$\Delta t_{min} = 48^{\circ}\text{C}$$

$$\Delta t_{sr1} = \frac{73 - 48}{\ln \frac{73}{48}} = 59.6^{\circ}\text{C}$$

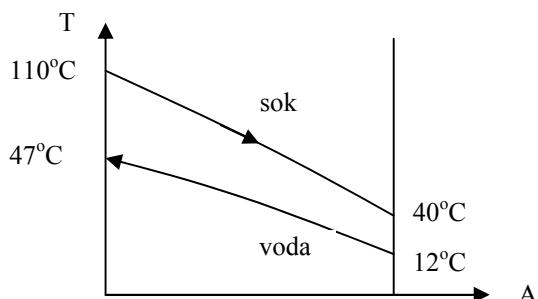


$$\Delta t_{sr}'' = ?$$

$$\Delta t_{max} = 63^{\circ}\text{C}$$

$$\Delta t_{min} = 28^{\circ}\text{C}$$

$$\Delta t'_{sr} = \frac{63 - 28}{\ln \frac{63}{28}} = 43.2^{\circ}\text{C}$$

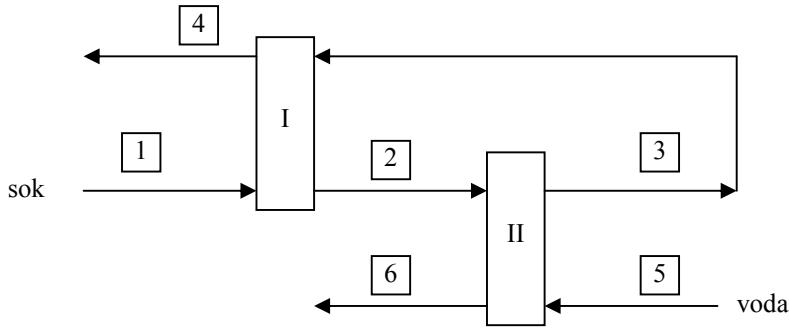


$$A' = A \cdot \frac{t'_2 - t'_1}{t_2 - t_1} \cdot \frac{\Delta t_{sr}}{\Delta t'_{sr}} = 3 \cdot \frac{40 - 110}{60 - 110} \cdot \frac{59.6}{43.2} = 5.9 \text{ m}^2$$

3.5. U plo~astom pasterizatoru zagreva se 4900 kg/h vo}nog soka, $c_s=3.8 \text{ kJ/kgK}$. Sok koji se dovodi u aparat ima tempertauru $t_1=10^\circ\text{C}$. U prvoj sekci}i sok se predgreva sa ve}a pasterizovanim sokom do t_2 . Zagrevanje se nastavlja u drugoj sekci}i do $t_3=65^\circ\text{C}$ a zatim vra}a u prvu sekci}u radi hla|enja do $t_4=30^\circ\text{C}$. Grejni fluid u drugoj sekci}i je topla voda, $c_w=4.18 \text{ kJ/kgK}$, koja se hla|i od $t_5=70^\circ\text{C}$ do $t_6=55^\circ\text{C}$. Odrediti:

- temperaturu soka na izlazu iz prve sekci}e, t_2
- potro}nu vodu u aparatu
- za koliko je % ve}a povr}ina druge sekci}e ako je koeficijent prolaza toplotne u obe sekci}e isti

a)



$$\text{toplotni bilans za prvu sekci}u pasterizatora: \dot{Q}_1 = -\Delta H_{\text{sok}34} = \Delta H_{\text{sok}12}$$

$$\dot{Q}_1 = -\dot{m}_s \cdot c_s \cdot (t_4 - t_3) = \dot{m}_s \cdot c_s \cdot (t_2 - t_1) \quad t_2 = t_1 + t_3 - t_4 = 45^\circ\text{C}$$

$$\text{napomena: } \dot{Q}_1 = -\dot{m}_s \cdot c_s \cdot (t_4 - t_3) = -\frac{4900}{3600} \cdot 3.8 \cdot (30 - 65) = 181 \text{ kW}$$

b)

$$\text{toplotni bilans za drugu sekci}u pasterizatora: \dot{Q}_2 = -\Delta H_{\text{voda}} = \Delta H_{\text{sok}}$$

$$\dot{Q}_2 = -\dot{m}_w \cdot c_w \cdot (t_6 - t_5) = \dot{m}_s \cdot c_s \cdot (t_3 - t_2)$$

$$\dot{m}_w = \frac{\dot{m}_s \cdot c_s \cdot (t_3 - t_2)}{c_w \cdot (t_5 - t_6)} = \frac{\frac{4900}{3600} \cdot 3.8 \cdot (65 - 45)}{4.18 \cdot (70 - 55)} = 1.66 \frac{\text{kg}}{\text{s}}$$

$$\text{napomena: } \dot{Q}_2 = \dot{m}_s \cdot c_s \cdot (t_3 - t_2) = \frac{4900}{3600} \cdot 3.8 \cdot (65 - 45) = 104 \text{ kW}$$

c)

$$A_1 : 100 = (A_2 - A_1) : x \Rightarrow x = \left(\frac{A_2}{A_1} - 1 \right) \cdot 100 = \dots$$

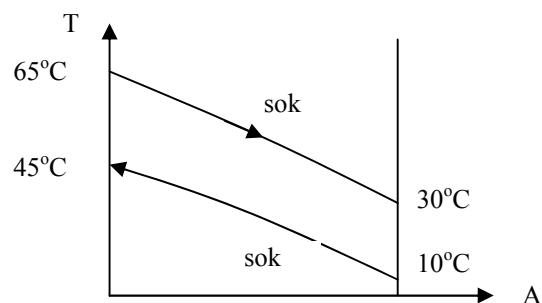
$$A_1 = \frac{\dot{Q}_1}{k \cdot \Delta T_{sr1}} \quad (1)$$

$$\Delta T_{sr1} = ?$$

$$\Delta T_{\max} = 20^\circ C$$

$$\Delta T_{\min} = 20^\circ C$$

$$\Delta T_{sr1} = \frac{\Delta T_{\max} + \Delta T_{\min}}{2} = 20^\circ C$$



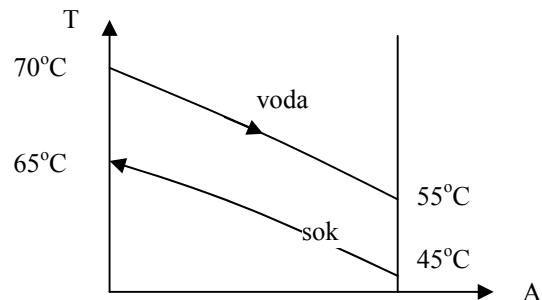
$$A_2 = \frac{\dot{Q}_2}{k \cdot \Delta T_{sr2}} \quad (2)$$

$$\Delta T_{sr2} = ?$$

$$\Delta T_{\max} = 10^\circ C$$

$$\Delta T_{\min} = 5^\circ C$$

$$\Delta T_{sr2} = \frac{10 - 5}{\ln \frac{10}{5}} = 7.21^\circ C$$



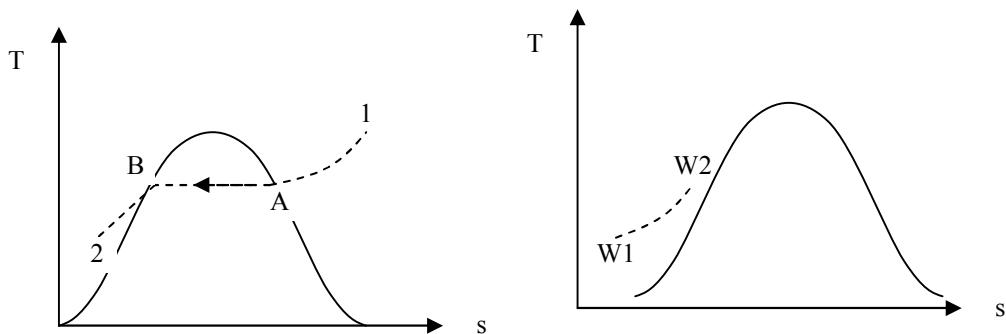
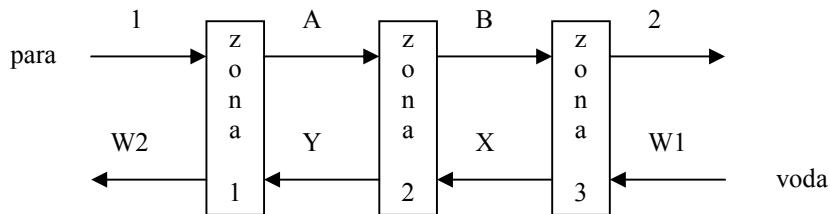
deljenjem jedna~ina (2) i (1) dobija se:

$$\frac{A_2}{A_1} = \frac{\dot{Q}_2}{\dot{Q}_1} \cdot \frac{\Delta T_{sr1}}{\Delta T_{sr2}} = \frac{104}{181} \cdot \frac{20}{7.21} = 1.6$$

$$x = \left(\frac{A_2}{A_1} - 1 \right) \cdot 100 = (1.6 - 1) \cdot 100 = 60\%$$

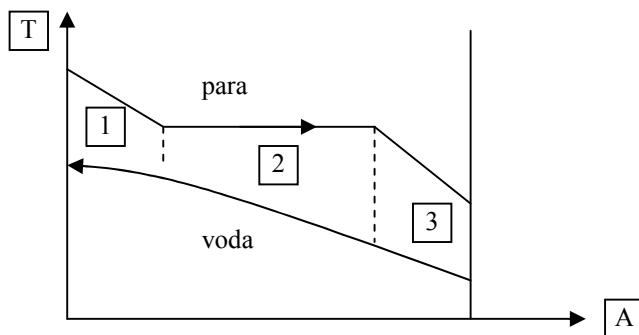
3.6. Pregrejana vodena pare stanja 1($p=2$ bar, $t=180^{\circ}\text{C}$, $\dot{m}_p = 1620 \text{ kg/h}$) hlađi se, kondenzuje i pothlađuje u suprotnosmernom razmenjivaču toploće do stanja 2 ($p=2$ bar, $t=50^{\circ}\text{C}$). Temperatura rashladne vode ($c_w = \text{const} = 4.18 \text{ kJ/kgK}$) na ulazu u razmenjivač toploće je $t_{w1}=10^{\circ}\text{C}$, a na izlazu iz razmenjivača toploće $t_{w2}=70^{\circ}\text{C}$. Koeficijenti prolaza toploće u zonama hlađenja (1), kondenzacije (2) i pothlađivanja (3) iznose redom $k_1=250 \text{ W/m}^2\text{K}$, $k_2=4500 \text{ W/m}^2\text{K}$ i $k_3=700 \text{ W/m}^2\text{K}$. Skicirati promene temperature oba fluida duž površine razmene toploće i odrediti:

- maseni protok rashladne vode
- rashladnu površinu kondenzatora



promena stanja pare pri prolasku kroz razmenjivač toploće

promena stanja rashladne vode pri prolasku kroz razmenjivač toploće



promena temperaturne pare i vode duž površine za razmenu toploće

a)

toplotni bilans razmenjiva~a toplotne: $\dot{Q}_{raz} = -\Delta H_{para} = \Delta H_{voda}$

$$\dot{Q}_{raz} = -\dot{m}_p \cdot (h_2 - h_1) = \dot{m}_w \cdot c_w \cdot (t_{w2} - t_{w1}) \Rightarrow$$

$$\dot{m}_w = \frac{-\dot{m}_p \cdot (h_2 - h_1)}{c_w \cdot (t_{w2} - t_{w1})} = \frac{-\frac{1620}{3600} \cdot (209.4 - 2830)}{4.18 \cdot (70 - 10)} = 4.7 \frac{\text{kg}}{\text{s}}$$

$$h_2 = 209.4 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}} \quad (\text{voda } p=2 \text{ bar}, t=50^\circ\text{C})$$

$$h_1 = 2830 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}} \quad (\text{pregrejana para } p=2 \text{ bar}, t=180^\circ\text{C})$$

b)

toplotni bilans zone hla|enja (1): $\dot{Q}_1 = -\Delta H_{para} = \Delta H_{voda}$

$$\dot{Q}_1 = -\dot{m}_p \cdot (h_A - h_1) = \dot{m}_w \cdot c_w \cdot (t_{w2} - t_Y) \Rightarrow$$

$$t_Y = t_{w2} + \frac{\dot{m}_p \cdot (h_A - h_1)}{\dot{m}_w \cdot c_w} = 70 + \frac{\frac{1620}{3600} \cdot (2707 - 2830)}{4.7 \cdot 4.18} = 67.1^\circ\text{C}$$

$$h_A = 2707 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}} \quad (\text{suvozasi}{}ena para } p=2 \text{ bar)$$

$$t_A = 120.23^\circ\text{C} \cong 120^\circ\text{C}$$

(temperatura kondenzacije $p=2$ bar)

$$\Delta T_{sr1} = ?$$

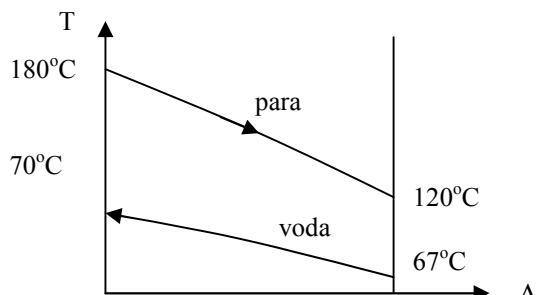
$$\Delta T_{max} = 110^\circ\text{C}$$

$$\Delta T_{min} = 53^\circ\text{C}$$

$$\Delta T_{sr1} = \frac{110 - 53}{\ln \frac{110}{53}} = 78^\circ\text{C}$$

$$\dot{Q}_1 = -\dot{m}_p \cdot (h_A - h_1) = \frac{1620}{3600} \cdot (2707 - 2830) = 55.35 \text{ kW}$$

$$A_1 = \frac{\dot{Q}_1}{k_1 \cdot \Delta T_{sr1}} = \frac{55.35}{250 \cdot 10^{-3} \cdot 78} = 2.85 \text{ m}^2$$



toplotni bilans zone kondenzacije (2): $\dot{Q}_2 = -\Delta H_{\text{para}} = \Delta H_{\text{voda}}$

$$\dot{Q}_2 = -\dot{m}_p \cdot (h_B - h_A) = \dot{m}_w \cdot c_w \cdot (t_Y - t_X) \Rightarrow$$

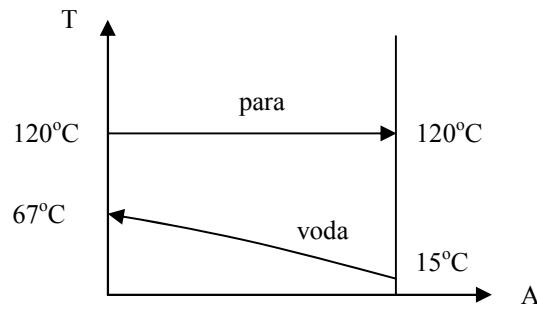
$$t_X = t_Y + \frac{\dot{m}_p \cdot (h_B - h_A)}{\dot{m}_w \cdot c_w} = 67.1 + \frac{\frac{1620}{3600} \cdot (504.8 - 2707)}{4.55 \cdot 4.18} = 15^\circ\text{C}$$

$$h_B = 504.8 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}} \quad (\text{ključala voda} \quad p=2 \text{ bar}, t=180^\circ\text{C})$$

$$\Delta T_{\text{sr2}} = ?$$

$$\begin{aligned} \Delta T_{\text{max}} &= 105^\circ\text{C} \\ \Delta T_{\text{min}} &= 53^\circ\text{C} \end{aligned}$$

$$\Delta T_{\text{sr2}} = \frac{105 - 53}{\ln \frac{105}{53}} = 76^\circ\text{C}$$



$$\dot{Q}_2 = -\dot{m}_p \cdot (h_B - h_A) = \frac{1620}{3600} \cdot (504.8 - 2707) = 991 \text{ kW}$$

$$A_2 = \frac{\dot{Q}_2}{k_2 \cdot \Delta T_{\text{sr2}}} = \frac{991}{4500 \cdot 10^{-3} \cdot 76} = 2.9 \text{ m}^2$$

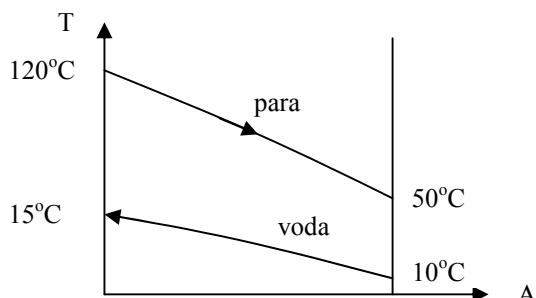
toplotni bilans zone pothlađivanja (3): $\dot{Q}_3 = -\Delta H_{\text{para}} = \Delta H_{\text{voda}}$

$$\dot{Q}_3 = -\dot{m}_p \cdot (h_2 - h_B) = \dot{m}_w \cdot c_w \cdot (t_X - t_{w1}) = \frac{1620}{3600} \cdot (209.4 - 504.8) = 132.9 \text{ kW}$$

$$\Delta T_{\text{sr2}} = ?$$

$$\begin{aligned} \Delta T_{\text{max}} &= 105^\circ\text{C} \\ \Delta T_{\text{min}} &= 40^\circ\text{C} \end{aligned}$$

$$\Delta T_{\text{sr3}} = \frac{105 - 40}{\ln \frac{105}{40}} = 67.4^\circ\text{C}$$



$$A_3 = \frac{\dot{Q}_3}{k_3 \cdot \Delta T_{\text{sr3}}} = \frac{132.9}{700 \cdot 10^{-3} \cdot 67.4} = 2.8 \text{ m}^2 \Rightarrow A = A_1 + A_2 + A_3 = 8.55 \text{ m}^2$$

3.7. Potrebno je zagrevati 50 kg/h vode ($c_w=4.17 \text{ kJ/kgK}$) od temperature $t_{w1}=20^\circ\text{C}$ do $t_{w2}=80^\circ\text{C}$.

Zagrevanje se vr{i direktnim uvo|enjem suvozasi}ene vodene pare (p=1 bar) u sud sa vodom. Odrediti potro|nu pare (kg/h) za ovo zagrevanje ako je:

- a) sud u kojem se vr{i me|anje adijabatski izolovan od okoline

$$\dot{Q}_o$$

- b) prilikom me|anja pare i vode u okolinu predato $=0.5 \text{ kW}$ topote

a)

topljeni bilans suda: $-\Delta H_{\text{para}} = \Delta H_{\text{voda}}$

$$-\dot{m}_p \cdot (c_w \cdot t_{w2} - h) = \dot{m}_w \cdot c_w \cdot (t_{w2} - t_{w1}) \Rightarrow$$

$$\dot{m}_p = \frac{\dot{m}_w \cdot c_w \cdot (t_{w2} - t_{w1})}{h - c_w \cdot t_{w2}} = \frac{50 \cdot 4.18 \cdot (80 - 20)}{2675 - 4.18 \cdot 80} = 5.34 \frac{\text{kg}}{\text{h}}$$

$$h = 2675 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}} \quad (\text{suvozasi} \text{ena para } p=1 \text{ bar})$$

b)

topljeni bilans suda: $-\Delta H_{\text{para}} = \Delta H_{\text{voda}} + \dot{Q}_o$

$$-\dot{m}_p \cdot (c_w \cdot t_{w2} - h) = \dot{m}_w \cdot c_w \cdot (t_{w2} - t_{w1}) + \dot{Q}_o \Rightarrow$$

$$\dot{m}_p = \frac{\dot{m}_w \cdot c_w \cdot (t_{w2} - t_{w1}) + \dot{Q}_o}{h - c_w \cdot t_{w2}} = \frac{\frac{50}{3600} \cdot 4.18 \cdot (80 - 20) + 0.5}{2675 - 4.18 \cdot 80} \cdot 3600 = 6.11 \frac{\text{kg}}{\text{h}}$$

zadatak za ve|banje (3.8)

3.8. U razmenjiva~u topote ukupne du|ine $L=30 \text{ m}$ sa istosmernim tokom fluida vr{i se hla|enje soka hladnom vodom. Temperatura soka se pri tome menja du| razmenjiva~a po jedna~ini $T_s=n_1 L+333$ ($n_1=-1 \text{ K/m}$), dok se temperatura vode menja po jedna~ini $T_w=n_2 L+283$ ($n_2=1/3 \text{ K/m}$). Ako prepostavimo da je razmenjiva~ sastavljen iz dve zone, du|ina L_1 i L_2 , tako da je toplotna snaga prve zone dva puta ve}a od toplotne snage druge zone, tj. $Q_1=2Q_2$ i ako se srednja razlika temperatura

odre|uje iz izraza: $\Delta T_{\text{sr}}=\frac{\Delta T_{\text{max}} + \Delta T_{\text{min}}}{2}$, odrediti du|inu prve i druge zone, L_1 i L_2 (m)

re|enje: $L_1=15 \text{ m}$, $L_2=15 \text{ m}$

3.9. U razmenjiva~u toploće sa kombinovanim tokom zagreva se $m_w = 2.52 \text{ kg/s}$ vode ($c=4.18 \text{ kJ/kgK}$) od po~etne temperature $t_{w1} = 21.1^\circ\text{C}$ do $t_{w2} = 54.4^\circ\text{C}$. Za zagrevanje se koristi vrela voda koja struji kroz omota~ pod pritiskom i pri tom se hladi od temperature

$t_{w3} = 115.6^\circ\text{C}$ do $t_{w4} = 48.9^\circ\text{C}$. Koeficijent prolaza toploće sa vrele vode na vodu koju se greje iznosi $k=1.2 \text{ kW/(m}^2\text{K)}$. Odrediti povr~inu razmenjiva~a ako je:

- razmenjiva~ toploće tipa 1–2 (sa jednim prolaskom kroz omota~ i dva kroz cev)
- razmenjiva~ toploće tipa 2–4 (sa dva prolaska kroz omota~ i ~etiri kroz cev)

a)

toplotni bilans razmenjiva~a toploće:

$$Q_{raz}$$

$$= - \Delta H_{vrela voda} = \Delta H_{hladna voda}$$

$$Q_{raz} = - m_{v,w} \cdot c_{v,w} \cdot (t_{w4} - t_{w3}) = m_w \cdot c_w \cdot (t_{w2} - t_{w1})$$

$$Q_{raz} = 2.52 \cdot 4.18 \cdot (54.4 - 21.1) = 350.8 \text{ kW}$$

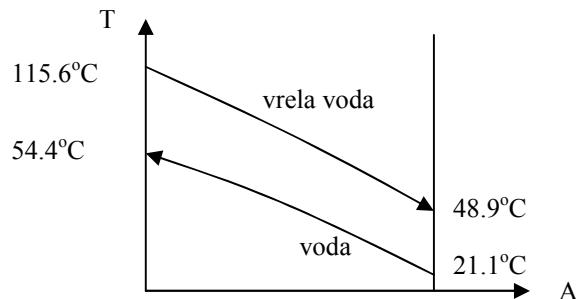
$$A = \frac{Q_{raz}}{k \cdot F \cdot \Delta t_{sr}} = \dots = \frac{350.8}{1.2 \cdot 0.74 \cdot 42.3} = 9.34 \text{ m}^2$$

$$\Delta T_{sr} = ?$$

$$\Delta T_{max} = 61.2^\circ\text{C}$$

$$\Delta T_{min} = 27.8^\circ\text{C}$$

$$\Delta T_{sr} = \frac{61.2 - 27.8}{\ln \frac{61.2}{27.8}} = 42.3^\circ\text{C}$$



$$P = \frac{54.4 - 21.1}{115.6 - 21.1} = 0.35, R = \frac{115.6 - 48.9}{54.4 - 21.1} = 2 \Rightarrow F = 0.74$$

dijagram $F=f(P, R)$ za 1-2 razmenjiva~ toploće

$$F = 0.74$$

b)

$$A = \frac{Q_{raz}}{k \cdot F \cdot \Delta t_{sr}} = \dots = \frac{350.8}{1.2 \cdot 0.94 \cdot 42.3} = 7.35 \text{ m}^2$$

$$P = \frac{54.4 - 21.1}{115.6 - 21.1} = 0.35, R = \frac{115.6 - 48.9}{54.4 - 21.1} = 2 \Rightarrow F = 0.94$$

dijagram $F=f(P, R)$ za 2-4 razmenjiva~ toploće

$$F = 0.94$$

m_w

3.10. Voda, $c_w = 4.18 \text{ kJ/(kgK)}$, masenog protoka $= 450 \text{ kg/h}$ treba da se zagreje od temperature $T_{w1} = 283 \text{ K}$ do temperature $T_{w2} = 343 \text{ K}$. Za zagrevanje se koristi vazduh, $c_{pv} = 1 \text{ kJ/(kgK)}$, masenog

m_v

protoka $= 1800 \text{ kg/h}$ i ulazne temperature $T_{v1} = 433 \text{ K}$. Koeficijent prolaza toplote sa vazduha na vodu iznosi $k = 150 \text{ W/(m}^2\text{K)}$. Odrediti potrebnu površinu razmenjivača toplote ako je tok fluida unakrsan (sa jednim prolazom fluida) i međanjem u jednoj struji fluida.

a)

Q_{raz}

$$= -\Delta H_{vazduh} = \Delta H_{voda}$$

$$Q_{raz} = \frac{m_v \cdot c_{pv} \cdot (T_{v2} - T_{v1})}{=} = \frac{m_w \cdot c_w \cdot (T_{w2} - T_{w1})}{=} \Rightarrow$$

$$T_{v2} = T_{v1} - \frac{m_w \cdot c_w \cdot (T_{w2} - T_{w1})}{m_v \cdot c_{pv}} = 433 - \frac{450 \cdot 4.18 \cdot (343 - 283)}{1800 \cdot 1} = 370.3 \text{ K}$$

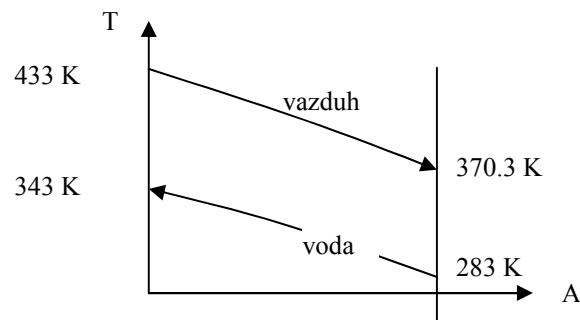
$$A = \frac{Q_{raz}}{k \cdot F \cdot \Delta t_{sr}} = \dots = \frac{31.3}{0.15 \cdot 0.95 \cdot 88.64} = 2.47 \text{ m}^2$$

$\Delta T_{sr} = ?$

$\Delta T_{max} = 90 \text{ K}$

$\Delta T_{min} = 87.3 \text{ K}$

$$\Delta T_{sr} = \frac{90 - 87.3}{\ln \frac{90}{87.3}} = 88.64 \text{ K}$$



$$P = \frac{343 - 283}{433 - 283} = 0.35,$$

$$R = \frac{433 - 370.3}{343 - 283} = 1.03 \Rightarrow$$

dijagram $F=f(P, R)$ za razmenjivač toplote sa unakrsnim tokom i međanjem u jednoj struji $F=0.95$

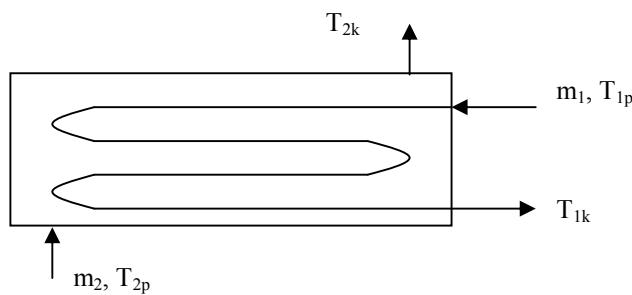
$$Q_{raz} = \frac{m_v \cdot c_{pv} \cdot (T_{v2} - T_{v1})}{=} = -\frac{1800}{3600} \cdot 1 \cdot (370.3 - 433) = 31.3 \text{ kW}$$

zadatak za većbanje: (3.11.)

$$\dot{Q}$$

3.11. U razmenjivaču toplotne tipa 1–4 (pričekanom na slici) toplotne snage $\dot{Q} = 2 \text{ MW}$ i površine $A = 75 \text{ m}^2$, se pomoći vrele vode iz primarnog kruga zagreva voda u sekundarnom krugu mreže daljinskog grejanja. Temperature radnih fluida iznose $T_{1p} = 150^\circ\text{C}$, $T_{1k} = 94^\circ\text{C}$, $T_{2p} = 70^\circ\text{C}$, $T_{2k} = 86^\circ\text{C}$. Smatraljući da je specifični toplotni kapacitet oba fluida isti i da iznosi $c = 4.2 \text{ kJ/(kgK)}$, odrediti:

- a) masene protokove oba fluida
- b) koeficijent prolaza toplotne snage sa toplijeg fluida na hladniji fluid



rečenje:

- a) $m_1 = 8.4 \text{ kg/s}$, $m_2 = 29.8 \text{ kg/s}$
- b) $k = 727 \text{ W}/(\text{m}^2\text{K})$

3.12. U razmenjiva~u toplotne sa suprotnosmerim tokom fluida zagreva se 0.925 kg/s mleka od po~etne temperature $t_{m1} = 20^\circ\text{C}$. Za zagrevanje mleka koristi se 0.74 kg/s vode po~etne temperature $t_{w1} = 90^\circ\text{C}$. Povr~ina razmenjiva~a toplotne je $A=30 \text{ m}^2$, a koeficijent prolaza toplotne sa vode na mleko iznosi $k=0.2 \text{ kW}/(\text{m}^2\text{K})$. Ako je specifi~na toplotne vode i mleka jednaka i iznosi $c=4 \text{ kJ/kgK}$ odrediti krajnje temperature mleka i vode.

toplotni bilans razmenjiva~a toplotne:

$$Q_{raz}$$

$$= -\Delta H_{voda} = \Delta H_{mleko}$$

$$\begin{aligned} Q_{raz} &= -m_w \cdot c_w \cdot (t_{w2} - t_{w1}) = m_m \cdot c_m \cdot (T_{m2} - T_{m1}) \\ &= \frac{m_w \cdot c_w \cdot (t_{w1} - t_{w2})}{m_m \cdot c_m} = \frac{m_w \cdot (t_{w1} - t_{w2})}{m_m} \end{aligned} \quad (1)$$

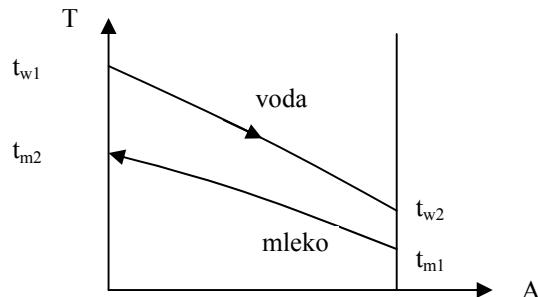
$$\begin{aligned} Q_{raz} &= -m_w \cdot c_w \cdot (t_{w2} - t_{w1}) = k \cdot \Delta T_{sr} \cdot A \\ &= \end{aligned}$$

$$\Delta T_{sr} = ?$$

$$\Delta T_{max} = t_{w1} - t_{m2}$$

$$\Delta T_{min} = t_{w2} - t_{m1}$$

$$\Delta T_{sr} = \frac{(t_{w1} - t_{m2}) - (t_{w2} - t_{m1})}{\ln \frac{t_{w1} - t_{m2}}{t_{w2} - t_{m1}}}$$



$$\begin{aligned} -m_w \cdot c_w \cdot (t_{w2} - t_{w1}) &= k \cdot A \cdot \frac{(t_{w1} - t_{m2}) - (t_{w2} - t_{m1})}{\ln \frac{t_{w1} - t_{m2}}{t_{w2} - t_{m1}}} \\ &= \end{aligned} \quad (2)$$

ako se jedna~ina (1) uvrsti u jedna~inu (2) dobija se nakon sre|ivanja:

$$t_{w2} = \frac{t_{w1} \cdot \left(\frac{m_w}{m_m} - 1 \right) - t_{m1} \cdot \left(\exp \left[\left(1 - \frac{m_w}{m_m} \right) \cdot \frac{k \cdot A}{m_w \cdot c_w} \right] - 1 \right)}{\frac{m_w}{m_m} - \exp \left[\left(1 - \frac{m_w}{m_m} \right) \cdot \frac{k \cdot A}{m_w \cdot c_w} \right]} = 40^\circ\text{C} \Rightarrow$$

$$t_{m2} = t_{m1} + \frac{\dot{m}_w \cdot c_w \cdot (t_{w1} - t_{w2})}{\dot{m}_m \cdot c_m} = 60^{\circ}\text{C}$$

napomena:

Prora~un izlaznih temperatura fluida mo`e se uprostiti (zbog o~igledne komplikovanosti algebarkih izraza) kori{}enjem dijagrama $\varepsilon = f(N, \frac{C_{\min}}{C_{\max}})$

ε - efikasnost razmenjiva~a toplove

$N = \frac{k \cdot A}{C_{\min}}$ - broj prenosnih jedinica

C_{\min} - manji toplotni kapacitet (kW/K)

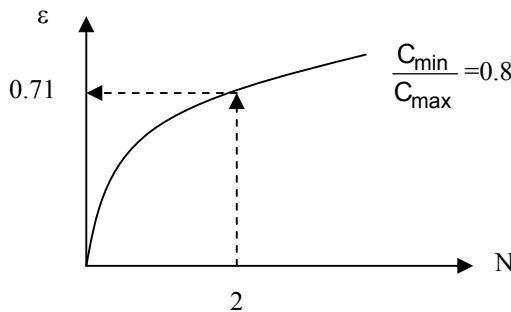
C_{\max} - ve}i toplotni kapacitet (kW/K)

u ovom zadatku:

$$m_m \cdot c_m = 3.70 \frac{\text{kW}}{\text{K}} = C_{\max}$$

$$m_w \cdot c_w = 2.96 \frac{\text{kW}}{\text{K}} = C_{\min}$$

$$N = \frac{k \cdot A}{C_{\min}} = \frac{0.2 \cdot 30}{2.96} = 2 \quad \frac{C_{\min}}{C_{\max}} = \frac{2.96}{3.70} = 0.8 \Rightarrow \varepsilon = 0.71 \text{ (dijagram)}$$



$$\begin{aligned} \varepsilon &= \frac{t_{w1} - t_{w2}}{t_{w1} - t_{m1}} \Rightarrow t_{w2} = t_{w1} - \varepsilon \cdot (t_{w1} - t_{m1}) \\ &= 90 - 0.71 \cdot (90 - 20) = 40.3^{\circ}\text{C} \\ -C_{\min} \cdot (t_{w2} - t_{w1}) &= C_{\max} \cdot (t_{m2} - t_{m1}) \Rightarrow t_{m2} = t_{m1} - \frac{C_{\min}}{C_{\max}} \cdot (t_{w2} - t_{w1}) \Rightarrow \end{aligned}$$

$$t_{m2} = 20 - 0.8(40.3 - 90) = 59.8^\circ\text{C}$$

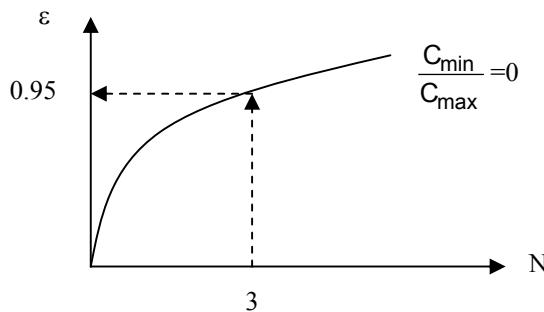
3.13. U razmenjiva~u toploće povr{ine $A=10 \text{ m}^2$, sa paralelnim tokom vr{i se potpuna kondenzacija

suvozasi}ene vodena para na temperaturi $T_p=100^\circ\text{C}$. Kondenzacija se vr{i hladnom vodom, $\dot{m}_w = 0.5 \text{ kg/s}$, $c_w=4.18 \text{ kJ/(kgK)}$, po~etne temperature $T_{w1}=20^\circ\text{C}$. Koeficijent prolaza toploće sa pare na vodu iznosi $k=657 \text{ W/(m}^2\text{K)}$. Odrediti izlaznu temperature vode, maseni protok grejne pare kao i topotnu snagu razmenjiva~a toploće.

$$C_{\text{para}} = \infty = C_{\text{max}}$$

$$C_{\text{voda}} = \dot{m}_w \cdot c_w = 0.5 \cdot 4.18 = 2.09 \frac{\text{kW}}{\text{K}} = C_{\text{min}}$$

$$\frac{C_{\text{min}}}{C_{\text{max}}} = 0, \quad N = \frac{k \cdot A}{C_{\text{min}}} = \frac{0.657 \cdot 10}{2.19} = 3 \quad \Rightarrow \quad \varepsilon = 0.95$$



$$\varepsilon = \frac{T_{w2} - T_{w1}}{T_p - T_{w1}} \Rightarrow T_{w2} = T_{w1} + \varepsilon \cdot (T_p - T_{w1})$$

$$T_{w2} = 20 + 0.95(100 - 20) = 96^\circ\text{C}$$

toplotni bilans razmenjiva~a toploće:

$$\dot{Q}_{\text{raz}} = -\Delta H_{\text{para}} = \Delta H_{\text{voda}}$$

$$\dot{Q}_{\text{raz}} = -\dot{m}_p \cdot (h' - h'') = \dot{m}_w \cdot c_w \cdot (T_{w2} - T_{w1}) \Rightarrow$$

$$\dot{m}_p = \frac{\dot{m}_w \cdot c_w \cdot (T_{w2} - T_{w1})}{h'' - h'} = \frac{0.5 \cdot 4.18 \cdot (96 - 20)}{2257} = 0.07 \frac{\text{kg}}{\text{s}}$$

$$h'' - h' = 2257 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}} \text{ (toplota kondenzacije pare na } T=100^\circ\text{C)}$$

$$\dot{Q}_{raz} = 0.15 \cdot 4.18 \cdot (96 - 20) \\ = 158.8 \text{ kW}$$

3.14. U razmenjiva~u topote sa paralelnim tokom greje se 5 t/h vazduha ($c_v=1$ (kJ/kgK)) od $T_{v1}=293$ K do $T_{v2}=318$ K. Grejanje se vr{i vodom, $c_w=4.18$ (kJ/kgK), koja ulazi u razmenjiva~ na temperaturi $T_{w1} = 343$ K. Povr{ina za razmenu topote iznosi $A=4 \text{ m}^2$, a koeficijent prolaza topote sa vode na vazduh $k=350 \text{ W}/(\text{m}^2\text{K})$. Odrediti maseni protok vode kroz razmenjiva~ topote, kao i izlaznu temperaturu vode.

$$m_v \cdot c_v = \frac{5 \cdot 10^3}{3600} \cdot 1 = 1.4 \frac{\text{kW}}{\text{K}} = C_v$$

$m_w \cdot c_w = ?$ po {to se topotni kapacitet vode ne mo`e izra~unati mora se pretpostaviti unapred koji fluid ima manji topotni kapacitet.

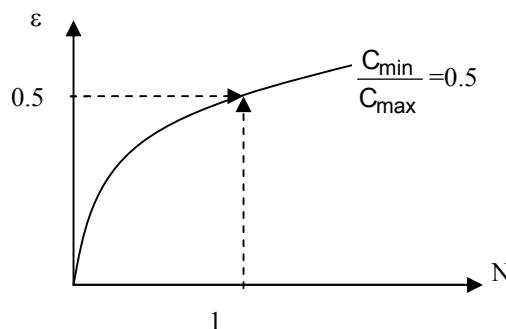
pretpostavimo da vazduh ima manji topotni kapacitet:

$$C_{\min} = C_v = 1.4 \frac{\text{kW}}{\text{K}} \Rightarrow N = \frac{k \cdot A}{C_{\min}} = \frac{0.35 \cdot 4}{1.4} = 1$$

$$\varepsilon = \frac{T_{v2} - T_{v1}}{T_{w1} - T_{v1}} = \frac{318 - 293}{343 - 293} = 0.5$$

$$N = 1, \quad \varepsilon = 0.5 \quad \Rightarrow \quad \frac{C_{\min}}{C_{\max}} = 0.5 \quad (\text{dijagram})$$

$C_{\min} < C_{\max}$ (pretpostavka ta~na, tj. vazduh je fluid sa minimalnim topotnim kapacitetom)



$$C_{\max} = 2.8 \frac{\text{kW}}{\text{K}} \Rightarrow C_{\max} = \frac{\dot{m}_w}{c_w} \Rightarrow \dot{m}_w = \frac{C_{\max}}{c_w} = 0.67 \text{ kg/s}$$

topotni bilans razmenjiva~a topote:

$$\begin{aligned}
 -C_{\max} \cdot (T_{w2} - T_{w1}) &= C_{\min} \cdot (T_{v2} - T_{v1}) \quad \Rightarrow \quad T_{w2} = T_{w1} - \frac{C_{\min}}{C_{\max}} \cdot (T_{v2} - T_{v1}) \\
 T_{w2} = 343 - \frac{1.4}{2.8} \cdot (318 - 293) &= 330.5 \text{ K}
 \end{aligned}$$

3.15. U razmenjiva~u topote sa suprotnosmerim tokom fluida zagreva se vazduh (idealan gas,

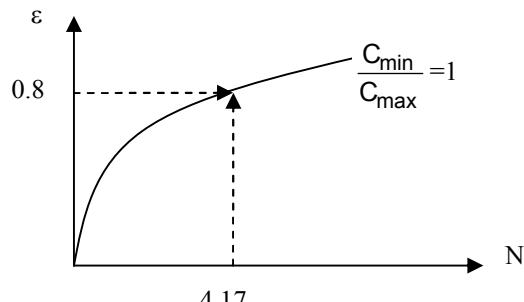
$c_{pv}=1 \text{ kJ/(kgK)}$) zapreminskog protoka $\dot{V} = 6000 \text{ m}^3/\text{h}$ (pri $p=101.3 \text{ kPa}$, $t=0^\circ\text{C}$) od po~ete temperature $T_{v1}=40^\circ\text{C}$ do temperature $T_{v2}=80^\circ\text{C}$, pomo}u vode po~etne temperature $T_{w1}=90^\circ\text{C}$, specifi~ne topote $c_w = 4.18 \text{ kJ/(kgK)}$. Procenjena vrednost koeficijenta prolaza topote iznosi $500 \text{ W}/(\text{m}^2\text{K})$. Ukupna povr{ina za razmenu topote iznosi 18 m^2 . Odrediti protok vode (kg/s) kroz razmenjiva~ topote kao i izlaznu temperaturu vode.

$$\begin{aligned}
 \dot{m}_v &= \frac{p \cdot \dot{V}}{R_g(\text{vazduh}) \cdot T} = \frac{101.3 \cdot 10^3 \cdot \frac{6000}{3600}}{287 \cdot 273} = 2.16 \frac{\text{kg}}{\text{s}} \\
 C_v &= \dot{m}_v \cdot c_{pv} = 2.16 \frac{\text{kW}}{\text{K}}
 \end{aligned}$$

prepostavimo da je vazduh fluid sa manjim topotnim kapacitetom tj. $C_{\min}=C_v$

$$\begin{aligned}
 N &= \frac{k \cdot A}{C_{\min}} = \frac{0.5 \cdot 18}{2.16} = 4.17 \quad \varepsilon = \frac{T_{v2} - T_{v1}}{T_{w1} - T_{v1}} = \frac{80 - 40}{90 - 40} = 0.8 \\
 \frac{C_{\min}}{C_{\max}} &= f(N, \varepsilon) = 1 \quad (\text{dijagram})
 \end{aligned}$$

$C_{\min} \leq C_{\max}$ (prepostavka ta~na, tj. vazduh je fluid sa minimalnim topotnim kapacitetom)



$$C_{\max} = C_{\min} = 2.16 \frac{\text{kW}}{\text{K}}$$

$$\dot{m}_w \cdot \frac{C_{\max}}{c_w} = \frac{2.16}{4.18} = 0.5 \text{ kg/s}$$

$$\Rightarrow C_{\max} = \dot{m}_w \cdot c_w \Rightarrow$$

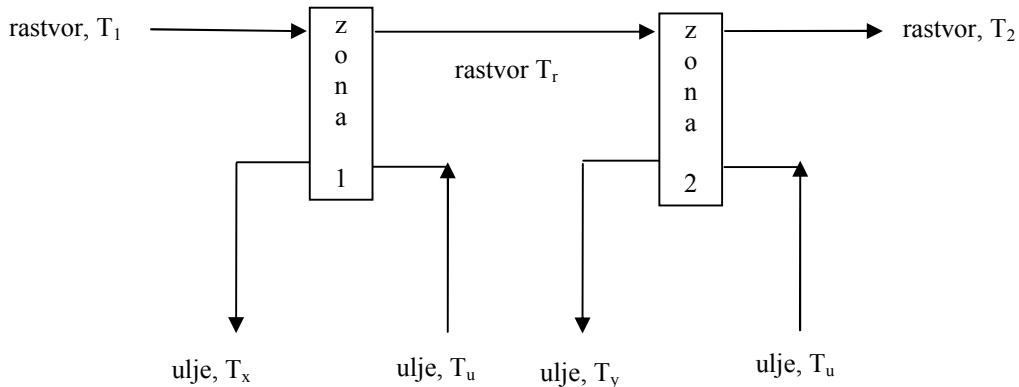
toplotni bilans razmenjiva~a toplotne:

$$-C_{\max} \cdot (T_{w2} - T_{w1}) = C_{\min} \cdot (T_{v2} - T_{v1}) \Rightarrow T_{w2} = T_{w1} - \frac{C_{\min}}{C_{\max}} \cdot (T_{v2} - T_{v1})$$

$$T_{w2} = 90 - 1 \cdot (80 - 40) = 50^{\circ}\text{C}$$

3.16. U razmenjiva~u toploste sastavljenom iz dve zone (prikazanom na silici) zagreva se vodenim rastvor (3330 kg/h) od $T_1=293$ K do $T_2=350$ K. Za zagrevanje se koristi mineralno ulje po~etne

temperature $T_u=363$ K. Maseni protok ulja u obe zone je isti i iznosi $\dot{m}_{u1} = \dot{m}_{u2} = 2664$ kg/h. Koeficijent prolaza toploste sa mineralnog ulja na vodenim rastvor je isti u obe zone i iznosi $k=0.6$ kW/(m²K). Ako je povr{ina obe zone ista $A_1 = A_2$ i ako je specifi~na toplosta vodenog rastvora i mineralnog ulja ista i iznosi $c=4$ kJ/(kgK), odrediti ukupnu povr{inu razmenjiva~u toploste.



$$C_{\min} = \dot{m}_u \cdot c_u = 2.96 \frac{\text{kW}}{\text{K}} \quad \text{mineralno ulje ima manji topotni kapacitet}$$

$$C_{\max} = \dot{m}_r \cdot c_r = 3.7 \frac{\text{kW}}{\text{K}} \quad \text{vodenim rastvorima ve}i topotni kapacitet}$$

$$N_1 = \frac{k \cdot A_1}{C_{\min}}, \quad N_2 = \frac{k \cdot A_2}{C_{\min}}$$

Po~to je $A_1 = A_2$ i $k_1 = k_2$ a ulje je "minimalni fluid" u obe zone onda je i $N_1 = N_2$

$$\text{Kako je } \varepsilon = f\left(N, \frac{C_{\min}}{C_{\max}}\right) \text{ onda je i } \varepsilon_1 = \varepsilon_2$$

$$\varepsilon = \frac{363 - T_x}{363 - 293} \quad \text{efikasnost zone 1} \quad (1)$$

$$\varepsilon = \frac{363 - T_y}{363 - T_r} \quad \text{efikasnost zone 2} \quad (2)$$

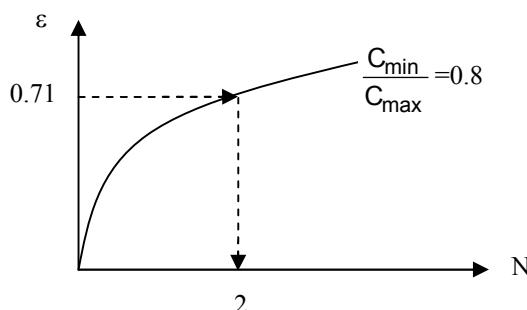
$$-\dot{m}_u \cdot c_u \cdot (T_x - 363) = \dot{m}_r \cdot c_r \cdot (T_r - 293) \quad \text{toplotni bilans prve zone (3)}$$

$$-\dot{m}_u \cdot c_u \cdot (T_y - 363) = \dot{m}_r \cdot c_r \cdot (350 - T_r) \quad \text{toplotni bilans druge zone (4)}$$

kombinovanjem jedna~ina (1), (2), (3) i (4) dobija se:

$$\begin{aligned} T_r &= 333 \text{ K}, & \text{temperatura rastvora na izlazu iz prve zone} \\ T_x &= 313 \text{ K}, & \text{temperatura ulja na izlazu iz prve zone} \\ T_y &= 341.6 \text{ K} & \text{temperatura ulja na izlazu iz druge zone} \\ \varepsilon &= 0.71 & \text{efikasnost prve i druge zone} \end{aligned}$$

Iz dijagrama $\varepsilon = f\left(N, \frac{C_{\min}}{C_{\max}}\right)$ (za suprotnosmerne razmenjiva~e toplote) o~ita se
 $N=2$ (za $\varepsilon=0.71$ i $\frac{C_{\min}}{C_{\max}}=0.8$).



Na onovu pro~itane vrednosti za N odredi se povr~ina zone 1 i zone 2

$$A_1 = A_2 = \frac{N \cdot C_{\min}}{k} = \frac{2 \cdot 2.96}{0.6} = 10 \text{ m}^2 \quad A = A_1 + A_2 = 20 \text{ m}^2$$

zadatak za ve~banje: (3.17.)

3.17. Transformatorsko ulje, $c_u=2.2 \text{ kJ/(kgK)}$, hladi se u razmenjiva~u toplote vodom, $c_w=4.18 \text{ kJ/(kgK)}$. Protok ulja iznosi 2000 kg/h, a vode 5000 kg/h. Ulazna temperatura ulja je 120°C , a ulazna temperatura vode je 12°C . Povr~ina razmenjiva~a toplote je $A=9 \text{ m}^2$, a koeficijent prolaza toplote sa ulja na vodu $k=180 \text{ W/(mK)}$. Odrediti:

- a) izlazne temperature oba fluida i razmenjenu toplotu ako je tok fluida protivstrujan
- b) povr~inu razmenjiva~a toplote sa istosmernim strujanjem u kojem bi se postizale iste izlazne temperature kao u navedenom razmenjiva~u sa protivstrujnim tokom uz ostale nepromenjene uslove

re~enje:

$$\begin{aligned} \text{a)} \quad T_u &= 44.54^\circ\text{C}, \quad T_w = 27.88^\circ\text{C}, \quad \dot{Q} = 92.23 \text{ kW} \\ \text{b)} \quad A &= 10.48 \text{ m}^2 \end{aligned}$$

3.18. Odrediti rashladnu povr{inu protivstrujnog razmenjiva~a toplote u kojem se hlađa

$$\dot{m}_u$$

$=0.833 \text{ kg/s}$ ulja, $c_u=1.67 \text{ kJ/(kgK)}$, od temperature $T_{u1}=100^\circ\text{C}$ do $T_{u2}=25^\circ\text{C}$. Rashladni fluid se pri tom zgreje od 20°C do 40°C . Koeficijent prolaza toplotne ulje na rashladni fluid je promenljiv i zavisi od temperature ulja na na~in:

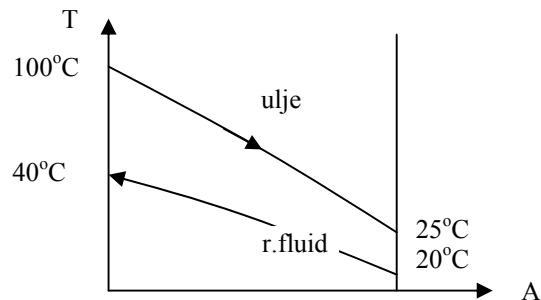
T °C	100	80	60	40	35	30	25
k W/(m²K)	354	350	342	308	280	232	166

$$\Delta T_{sr1} = ?$$

$$\Delta T_{\max} = 60^\circ\text{C}$$

$$\Delta T_{\min} = 5^\circ\text{C}$$

$$\Delta T_{sr} = \frac{60 - 5}{\ln \frac{60}{5}} = 22.13^\circ\text{C}$$



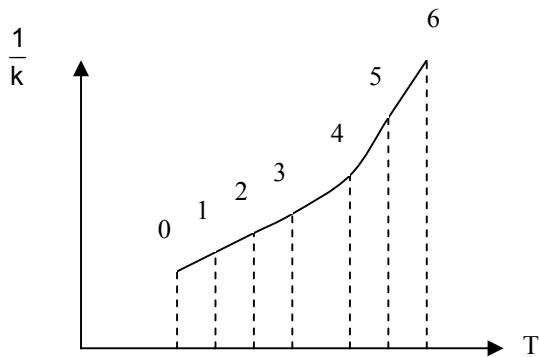
toplotni bilans razmenjiva~a toplotne:

$$-\dot{m}_u \cdot c_u \cdot d(T - T_{u1}) = k \cdot \Delta T_{sr} \cdot dA \Rightarrow$$

$$A = -\frac{\dot{m}_u \cdot c_u}{\Delta T_{sr}} \cdot \int_{T_{u1}}^{T_{u2}} \frac{1}{k} \cdot d(T - T_{u1}) = -\frac{\dot{m}_u \cdot c_u}{\Delta T_{sr}} \cdot I = \dots = 16.7 \text{ m}^2$$

Vrednost integrala I odredi}emo postupkom grafi~ke integracije (primenom trapezne formule).

	0	1	2	3	4	5	6
T K	100	80	60	40	35	30	25
$f(T) = \frac{1}{k}$ (m ² K)/W	$2824 \cdot 10^{-6}$	$2857 \cdot 10^{-6}$	$2924 \cdot 10^{-6}$	$3247 \cdot 10^{-6}$	$3571 \cdot 10^{-6}$	$4310 \cdot 10^{-6}$	$6024 \cdot 10^{-6}$



$$I = \frac{T_6 - T_0}{6} \cdot \left(\frac{f(T_6) + f(T_0)}{2} + f(T_1) + f(T_2) + f(T_3) + f(T_4) + f(T_5) \right)$$

$$I = \frac{25 - 100}{6} \cdot \left(\frac{6024 + 2824}{2} + 2857 + 2924 + 3247 + 3571 + 4310 \right) \cdot 10^{-6} = -0.27$$

$$A = -\frac{\dot{m}_u \cdot c_u}{\Delta T_{sr}} \cdot I = -\frac{0.833 \cdot 1670}{22.13} \cdot (-0.27) = 16.7 \text{ m}^2$$

3.19. Vi{e ecevni razmenjiva~ topote, sastavljen od n=120 cevi pre~nika $\varnothing=22/20$ mm, radi kao kondenzator suvo-zasi}ene pare benzola na t=80°C. Rashladni fluid, (voda, $c_w=4.18 \text{ kJ/(kgK)}$, $\rho=1000 \text{ kg/m}^3$), po~etne temperature $t_{w1}=15^\circ\text{C}$, proti~e kroz cevi brzinom $w=0.6 \text{ m/s}$, dok se para benzola kondenzuju u me|ucevnem prostoru. Koeficijent prelaza topote sa para benzola na zidove cevi je $\alpha_b=2300 \text{ W/m}^2\text{K}$, a koeficijent prelaza topote sa zidova cevi na vodu $\alpha_w=1646 \text{ W/(m}^2\text{K)}$. Toplotna snaga razmenjiva~a iznosi 1110 kW. Zanemaruju}i topotni otpor kondukcije kroz cevi odrediti:

- du`nu razmenjiva~a topote
- toplotnu snagu razmenjiva~a topote ako maseni protok vode kroz razmenjiva~ pove}amo za 50% i ako se koeficijent prelaza topote sa strane vode menja usled promene brzine vode na na~in: $\alpha_w=\text{const} \cdot w^{0.8}$.

a)

$$\dot{m}_w = \rho_w \cdot w \cdot \frac{d_u^2 \pi}{4} \cdot n = 1000 \cdot 0.6 \cdot \frac{0.02^2 \pi}{4} \cdot 120 = \frac{m}{s}$$

$$\text{toplotni bilans razmenjiva~a topote: } \dot{Q}_{raz} = -\Delta H_{benzol} = \Delta H_{voda}$$

$$\dot{Q}_{raz} = -\dot{m}_b \cdot (h' - h'') = \dot{m}_w \cdot c_w \cdot (T_{w2} - T_{w1}) \Rightarrow$$

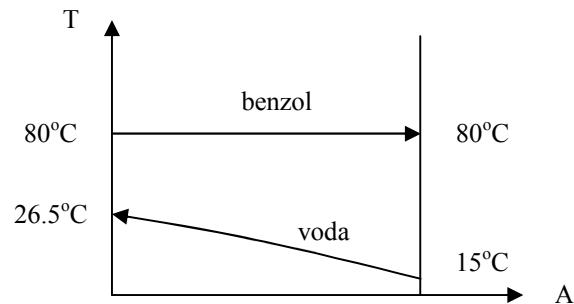
$$T_{w2} = T_{w1} + \frac{\dot{Q}_{raz}}{\dot{m}_w \cdot c_w} = 15 + \frac{1110}{23 \cdot 4.18} = 26.5^\circ\text{C}$$

$$\Delta T_{sr} = ?$$

$$\Delta T_{max} = 65^\circ\text{C}$$

$$\Delta T_{min} = 53.5^\circ\text{C}$$

$$\Delta T_{sr} = \frac{65 - 53.5}{\ln \frac{65}{53.5}} = 59.06^\circ\text{C}$$



$$\frac{1}{k} = \frac{1}{d_s \pi \cdot \alpha_b} + \frac{1}{d_u \pi \cdot \alpha_w}$$

$$\Rightarrow k = \frac{1}{\frac{1}{d_s \pi \cdot \alpha_b} + \frac{1}{d_u \pi \cdot \alpha_w}}$$

$$k = \frac{1}{\frac{1}{0.022\pi \cdot 2300} + \frac{1}{0.020\pi \cdot 1646}} = 62.65 \frac{W}{mK}$$

$$L = \frac{\dot{Q}_{raz}}{k \cdot \Delta T_{sr} \cdot n} = \frac{1110}{59.06 \cdot 120 \cdot 62.65 \cdot 10^{-3}} = 2.5 \text{ m}$$

b)

$$\dot{\alpha}_w = \text{const} \cdot w^{0.8} = \text{const} \cdot \left(\frac{\dot{m}_w}{\rho \cdot A_{\text{presek}}} \right)^{0.8} \quad (1)$$

$$\dot{\alpha}_w = \text{const} \cdot w^{0.8} = \text{const} \cdot \left(\frac{\dot{m}_w}{\rho \cdot A_{\text{presek}}} \right)^{0.8} \quad (2)$$

$$\text{deljenjem jedna~ina (1) i (2): } \dot{\alpha}_w = \alpha_w \cdot \left(\frac{\dot{m}_w}{\dot{m}_w} \right)^{0.8} = 1646 \cdot (1.5)^{0.8} = 2276.7 \frac{W}{m^2 K}$$

$$\frac{1}{k'} = \frac{1}{d_s \pi \cdot \alpha_b} + \frac{1}{d_u \pi \cdot \alpha_w} \Rightarrow \frac{1}{k'} = \frac{1}{22 \cdot 10^{-3} \pi \cdot 2300} + \frac{1}{20 \cdot 10^{-3} \pi \cdot 2276.7}$$

$$k' = 71.88 \frac{W}{mK}$$

$$\dot{Q}_{\text{raz}} = \dot{m}_w \cdot c_w \cdot (T'_{w2} - T'_{w1}) \quad \dot{Q}_{\text{raz}} = k' \cdot n \cdot L \cdot \frac{(T_b - T'_{w1}) - (T_b - T'_{w2})}{\ln \frac{T_b - T'_{w1}}{T_b - T'_{w2}}}$$

$$\dot{m}_w \cdot c_w \cdot (T'_{w2} - T'_{w1}) = k' \cdot n \cdot L \cdot \frac{T'_{w2} - T'_{w1}}{\ln \frac{T_b - T'_{w1}}{T_b - T'_{w2}}} \Rightarrow$$

$$T'_{w2} = T_b - (T_b - T'_{w1}) \cdot \exp \left(- \frac{k' \cdot n \cdot L}{\dot{m}_w \cdot c_w} \right) =$$

$$T'_{w2} = 80 - (80 - 15) \cdot \exp \left(- \frac{71.88 \cdot 10^{-3} \cdot 120 \cdot 2.5}{34.5 \cdot 4.18} \right) = 24.5^\circ C$$

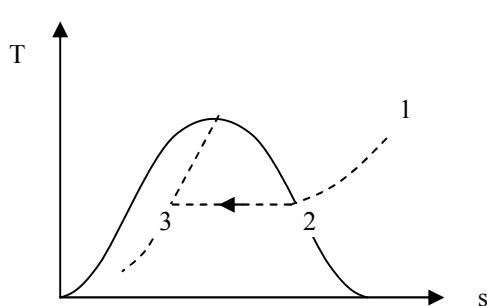
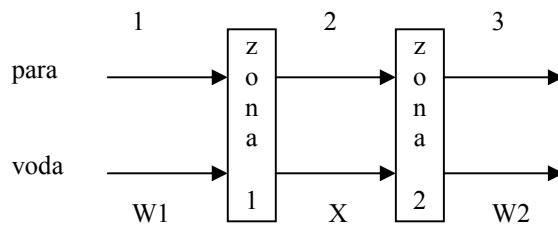
$$\dot{Q}_{\text{raz}} = \dot{m}_w \cdot c_w \cdot (T'_{w2} - T'_{w1}) = 34.5 \cdot 4.18 \cdot (24.5 - 15) = 1370 \text{ kW}$$

napomena:

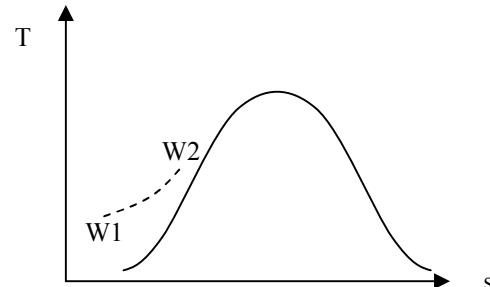
$$\dot{m}_w = 1.5 \cdot \dot{m}_w = 1.5 \cdot 23 = 34.5 \frac{kg}{s}$$

3.20. U ravnom istosmernom razmenjiva~u toploote $m_p = 0.6 \text{ kg/s}$ pregrejane vodene pare stanja 1($p=5$ bar, $t=200^\circ\text{C}$) izobarski se hlađi do stanja zasi}enja (stanje 2) i nakon toga delimi~no kondenzuje do stanja 3($x=0.05$). Rashladni fluid je voda konstantne specifi~ne toploote, $c_w=4.18 \text{ kJ/(kgK)}$, koja se istovremeno zagreje od 15°C do 75°C . Debljina zida razmenjiva~a je $\delta=2 \text{ mm}$ a koeficijent provo|enja $\lambda=55 \text{ W/mK}$. Koeficijenti prelaza toploote su: sa strane vode $\alpha_w=2 \text{ kW/m}^2\text{K}$, sa strane vla`ne pare $\alpha_x=8 \text{ kW/m}^2\text{K}$ i sa strane pregrejane pare $\alpha_{pp}=30 \text{ W/m}^2\text{K}$. Skicirati promene temperatura oba fluida du` povr{ine razmene toploote i odrediti:

- maseni protok rashladne vode
- ukupnu povr{inu razmenjiva~a toploote

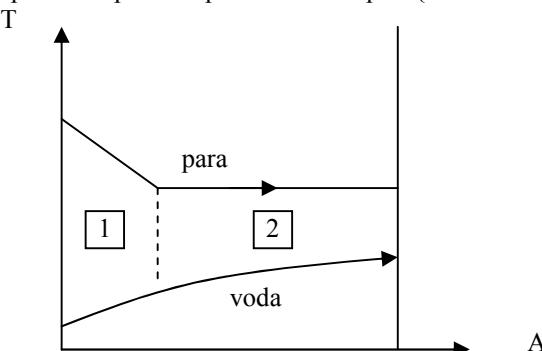


promena stanja pare pri prolasku kroz razmenjiva~u toploote



promena stanja rashladne vode pri prolasku kroz razmenjiva~u toploote

raspored temperatura pare i vode du` povr{ine razmene toploote



a)

toplotni bilans razmenjiva-a toplotne: $\dot{Q}_{raz} = -\Delta H_{para} = \Delta H_{voda}$

$$\dot{Q}_{raz} = -\dot{m}_p \cdot (h_3 - h_1) = \dot{m}_w \cdot c_w \cdot (t_{w2} - t_{w1}) \Rightarrow$$

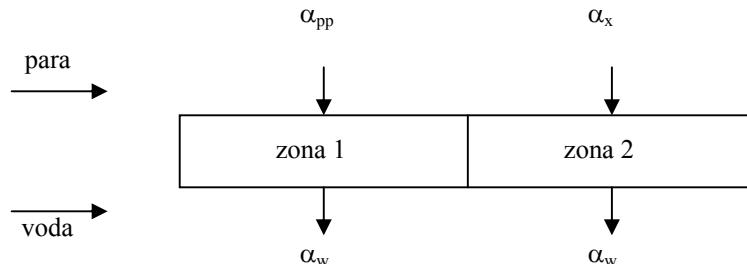
$$\dot{m}_w = \frac{-\dot{m}_p \cdot (h_3 - h_1)}{c_w \cdot (t_{w2} - t_{w1})} = \dots = \frac{-0.6 \cdot (745.6 - 2854)}{4.18 \cdot (75 - 15)} = 5 \frac{\text{kg}}{\text{s}}$$

$$h_3 = 745.6 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}} \quad (\text{vla`na para } p=5 \text{ bar, } x=0.05)$$

$$h_1 = 2854 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}} \quad (\text{pregrejana para } p=5 \text{ bar, } t=200^\circ\text{C})$$

b)

određivanje koeficijenta prolaza toplote u zoni 1 i zoni 2:



$$\frac{1}{k_1} = \frac{1}{\alpha_{pp}} + \frac{\delta}{\lambda} + \frac{1}{\alpha_w} \Rightarrow k_1 = \frac{1}{\frac{1}{\alpha_{pp}} + \frac{\delta}{\lambda} + \frac{1}{\alpha_w}} \Rightarrow$$

$$k_1 = \frac{1}{\frac{1}{30} + \frac{2 \cdot 10^{-3}}{55} + \frac{1}{2000}} = 30 \frac{\text{W}}{\text{m}^2\text{K}}$$

$$\frac{1}{k_2} = \frac{1}{\alpha_x} + \frac{\delta}{\lambda} + \frac{1}{\alpha_w} \Rightarrow k_2 = \frac{1}{\frac{1}{\alpha_x} + \frac{\delta}{\lambda} + \frac{1}{\alpha_w}} \Rightarrow$$

$$k_2 = \frac{1}{\frac{1}{8000} + \frac{2 \cdot 10^{-3}}{55} + \frac{1}{2000}} = 1510 \frac{\text{W}}{\text{m}^2\text{K}}$$

toplotni bilans zone hlađenja (1): $\dot{Q}_1 = -\Delta H_{\text{para}} = \Delta H_{\text{voda}}$

$$\dot{Q}_1 = -\dot{m}_p \cdot (h_2 - h_1) = \dot{m}_w \cdot c_w \cdot (t_X - t_{w1}) \Rightarrow$$

$$t_X = t_{w1} - \frac{\dot{m}_p \cdot (h_2 - h_1)}{\dot{m}_w \cdot c_w} = \dots = 15 - \frac{0.6 \cdot (2749 - 2854)}{5 \cdot 4.18} = 18^\circ\text{C}$$

$$h_2 = 2749 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}} \quad (\text{suvozasi} \text{ } \text{ena para } p=5 \text{ bar})$$

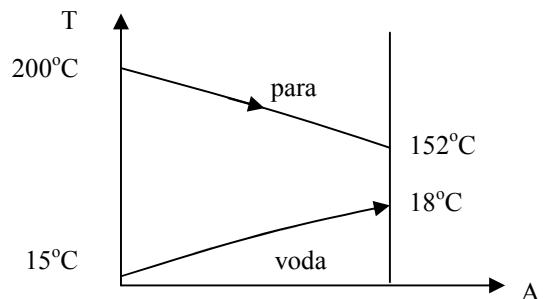
$$t_2 = 151.84^\circ\text{C} \approx 152^\circ\text{C} \quad (\text{temperatura kondenzacije } p=5 \text{ bar})$$

$$\Delta T_{\text{sr1}} = ?$$

$$\Delta T_{\text{max}} = 185^\circ\text{C}$$

$$\Delta T_{\text{min}} = 134^\circ\text{C}$$

$$\Delta T_{\text{sr1}} = \frac{185 - 134}{\ln \frac{185}{134}} = 158.1^\circ\text{C}$$



$$\dot{Q}_1 = -\dot{m}_p \cdot (h_2 - h_1) = \dot{m}_w \cdot c_w \cdot (t_X - t_1) = 0.6 \cdot (2749 - 2854) = 55.35 \text{ kW}$$

$$A_1 = \frac{\dot{Q}_1}{k_1 \cdot \Delta T_{\text{sr1}}} = \frac{55.35}{30 \cdot 10^{-3} \cdot 158.1} = 13.25 \text{ m}^2$$

toplotni bilans zone kondenzacije (2): $\dot{Q}_2 = -\Delta H_{\text{para}} = \Delta H_{\text{voda}}$

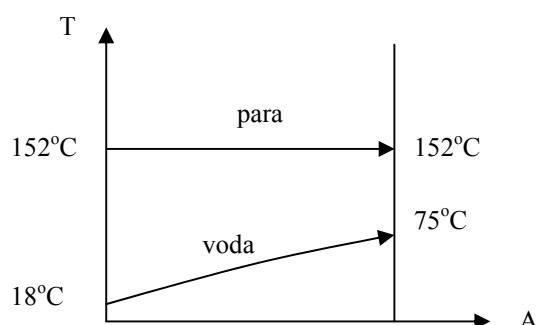
$$\dot{Q}_2 = -\dot{m}_p \cdot (h_3 - h_2) = \dot{m}_w \cdot c_w \cdot (t_2 - t_X) = 0.6 \cdot (504.8 - 2749) = 991 \text{ kW}$$

$$\Delta T_{\text{sr2}} = ?$$

$$\Delta T_{\text{max}} = 134^\circ\text{C}$$

$$\Delta T_{\text{min}} = 77^\circ\text{C}$$

$$\Delta T_{\text{sr2}} = \frac{134 - 77}{\ln \frac{134}{77}} = 102.9^\circ\text{C}$$



$$A_2 = \frac{\dot{Q}_2}{k_2 \cdot \Delta T_{\text{sr2}}} = \frac{991}{1510 \cdot 10^{-3} \cdot 102.9} = 7.75 \text{ m}^2 \Rightarrow A = A_1 + A_2 = 21 \text{ m}^2$$

3.21. U dva plo~asta razmenjiva~a toplove, istih povr{ina ($A_1 = A_2$), sa istosmernim kretanjem fluida zagreva se neorganski rastvor, konstantne specifi~ne toplove

$c=4 \text{ kJ/kgK}$ i po~etne temperature $t_i=22^\circ\text{C}$. Toplota potrebna za zagrevanje rastvora obezbe|uje se u oba slu~aja delimi~nom kondenzacijom suvozasi}ene vodene pare temperature $t_p=122^\circ\text{C}$. U prvom razmenjiva~u toploote pri protoku rastvora od

$\dot{m}_1=0.2 \text{ kg/s}$ rastvor se zagreje do $t_2=102^\circ\text{C}$, dok se u drugom razmenjiva~u toploote, pri protoku

rastvora od $\dot{m}_2=0.3 \text{ kg/s}$, rastvor zagreje do $t_2'=97^\circ\text{C}$. Koeficijent prelaza toplove sa strane pare je konstantan i iznosi $\alpha_p=3.4 \text{ kW/(m}^2\text{K)}$ u oba slu~aja, dok je koeficijent prelaza toplove sa strane rastvora proporcionalan brzini strujanja rastvora na eksponent 0.8 ($\alpha_r=\text{const} \cdot w^{0.8}$). Zanemaruju}i topotni otpor kondukcije kroz zid i odrediti:

- koeficijent prolaza toplove u oba razmenjiva~a toploote
- ukupnu povr{inu oba razmenjiva~a toploote

a)

toplotni bilans prvog razmenjiva~a toploote: $\dot{Q}_1 = -\Delta H_{\text{para}} = \Delta H_{\text{rastvor}}$

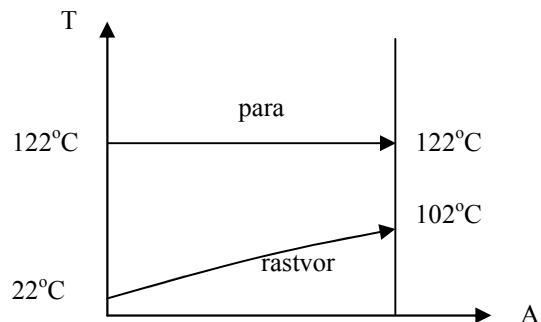
$$\dot{Q}_1 = \dot{m}_1 \cdot c \cdot (t_2 - t_1) = 0.2 \cdot 4 \cdot (102 - 22) = 64 \text{ kW}$$

$$\Delta T_{\text{sr1}} = ?$$

$$\Delta T_{\text{max}} = 100^\circ\text{C}$$

$$\Delta T_{\text{min}} = 20^\circ\text{C}$$

$$\Delta T_{\text{sr1}} = \frac{100 - 20}{\ln \frac{100}{20}} = 49.71^\circ\text{C}$$



toplotni bilans drugog razmenjiva~a toploote: $\dot{Q}_2 = -\Delta H_{\text{para}} = \Delta H_{\text{rastvor}}$

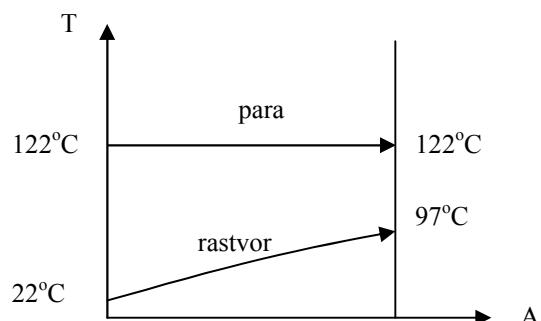
$$\dot{Q}_2 = \dot{m}_2 \cdot c \cdot (t_2' - t_1) = 0.3 \cdot 4 \cdot (97 - 22) = 90 \text{ kW}$$

$$\Delta T_{\text{sr2}} = ?$$

$$\Delta T_{\text{max}} = 100^\circ\text{C}$$

$$\Delta T_{\text{min}} = 25^\circ\text{C}$$

$$\Delta T_{\text{sr2}} = \frac{100 - 25}{\ln \frac{100}{25}} = 54.10^\circ\text{C}$$



$$Q_1 = k_1 \cdot \Delta T_{sr1} \cdot A \quad (\text{razmenjena toplota u prvom razmenjiva-u})$$

$$Q_2 = k_2 \cdot \Delta T_{sr2} \cdot A \quad (\text{razmenjena toplota u drugom razmenjiva-u})$$

deljenjem prethodne dve jedna-ine dobija se:

$$\frac{k_1}{k_2} = \frac{Q_1}{Q_2} \cdot \frac{\Delta T_{sr2}}{\Delta T_{sr1}} = \frac{64}{90} \cdot \frac{54.1}{49.71} = 0.774 \quad (1)$$

$$\alpha_1 = \text{const} \cdot w_1^{0.8} = \text{const}' \cdot m_1^{0.8}$$

$$\alpha_2 = \text{const} \cdot w_2^{0.8} = \text{const}' \cdot m_2^{0.8}$$

deljenjem prethodne dve jedna-ine dobija se:

$$\alpha_2 = \alpha_1 \cdot \left(\frac{m_2}{m_1} \right)^{0.8} \quad (2)$$

$$\frac{1}{k_1} = \frac{1}{\alpha_p} + \cancel{\frac{\delta}{\lambda}} + \frac{1}{\alpha_1}$$

$$\frac{1}{k_1} = \frac{1}{\alpha_p} + \cancel{\frac{\delta}{\lambda}} + \frac{1}{\alpha_2}$$

deljenjem prethodne dve jedna-ine dobija se:

$$\frac{k_1}{k_2} = \frac{\frac{1}{\alpha_p} + \frac{1}{\alpha_2}}{\frac{1}{\alpha_p} + \frac{1}{\alpha_1}} \quad (3)$$

kombinovanjem jedna-ina (1), (2) i (3) dobija se:

$$\alpha_1 = \alpha_p \cdot \frac{\frac{k_1}{k_2} - \left(\frac{m_1}{m_2} \right)^{0.8}}{1 - \frac{k_1}{k_2}} = 3.4 \cdot \frac{0.774 - \left(\frac{0.2}{0.3} \right)^{0.8}}{1 - 0.774} = 0.767 \frac{\text{kW}}{\text{m}^2\text{K}}$$

$$\alpha_2 = \alpha_1 \cdot \left(\frac{m_2}{m_1} \right)^{0.8} = 0.767 \cdot \left(\frac{0.3}{0.2} \right)^{0.8} = 1.061 \frac{\text{kW}}{\text{m}^2\text{K}}$$

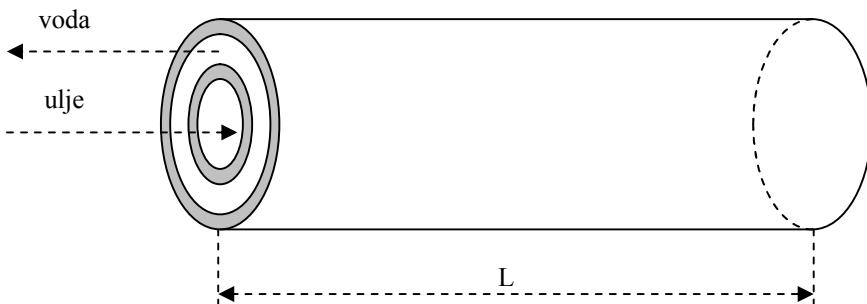
$$\frac{1}{k_1} = \frac{1}{\alpha_p} + \frac{\delta}{\lambda} + \frac{1}{\alpha_1} \Rightarrow \frac{1}{k_1} = \frac{1}{3.4} + \frac{1}{0.767} \quad k_1 = 0.626 \frac{kW}{m^2 K}$$

$$\frac{1}{k_2} = \frac{1}{\alpha_p} + \frac{\delta}{\lambda} + \frac{1}{\alpha_2} \Rightarrow \frac{1}{k_2} = \frac{1}{3.4} + \frac{1}{1.061} \quad k_2 = 0.808 \frac{kW}{m^2 K}$$

b)

$$A = \frac{\dot{Q}_1}{k_1 \cdot \Delta T_{sr1}} = \frac{\dot{Q}_2}{k_2 \cdot \Delta T_{sr2}} = \frac{64}{0.626 \cdot 49.71} = \frac{90}{0.808 \cdot 54.1} = 2.06 \text{ m}^2$$

3.22. U suprotnosmernom razmenjiva~u topote, tipa cev u cevi, zagreva se 50 kg/min vode, ulazne temperature 40°C. Kao grejni fluid koristi se ulje, masenog protoka 3.1 kg/s, specifi~ne topote $c_u=1.7 \text{ kJ/(kgK)}=\text{const}$, ~ija ulazna i izlazna temperatura iznose 120°C i 85°C respektivno. Potrebna efektivna spoljna povr{ina za razmenu topote iznosi $A_{ef}=13 \text{ m}^2$. Pod prepostavkom da se one~i{} enje mo~e pojaviti samo na spolja~njoj povr{ini unutra~njeg cevi, odrediti termi~ki otpor one~i{} enja (R_o).



Koeficijent prelaza topote za fluid sa spoljne strane cevi je $\alpha_w=800 \text{ W/(m}^2\text{K)}$, koeficijent prelaza topote za fluid unutar cevi je $\alpha_u=5000 \text{ W/(m}^2\text{K)}$. Koeficijent toplotne provodljivosti zida unutra~njeg cevi je $\lambda=45 \text{ W/(mK)}$. Pre~nik unutra~njeg cevi iznosi $\varnothing=20/18 \text{ cm}$. Ulje proti~e kroz cev, voda kroz anularni prostor.

topotni bilans razmenjiva~a topote:

Q_{raz}

$$= -\Delta H_{ulja} = \Delta H_{voda}$$

$$Q_{raz} = -m_u \cdot c_u \cdot (t_{u2} - t_{u1}) = m_w \cdot c_w \cdot (t_{w2} - t_{w1})$$

$$t_{w2} = t_{w1} + \frac{m_u \cdot c_u \cdot (t_{u1} - t_{u2})}{m_w \cdot c_w} = \dots$$

po to je specifična toplota vode zavisna od srednje temperature vode u radnom intervalu mora se primeniti metoda probe i greške.

$$\underline{\text{pretpostavimo } t_{w2} = 80^\circ\text{C}} \Rightarrow c_w = 4.195 \frac{\text{kJ}}{\text{kgK}}$$

$$(\text{specifična toplota vode za srednju temperaturu vode } t = \frac{t_{w1} + t_{w2}}{2} = 60^\circ\text{C})$$

$$t_{w2} = t_{w1} + \frac{\dot{m}_u \cdot c_u \cdot (t_{u1} - t_{u2})}{\dot{m}_w \cdot c_w} = \frac{3.1 \cdot 1.7 \cdot (120 - 85)}{\frac{50}{60} \cdot 4.195} = 92.8^\circ\text{C} \quad (\text{nije tačno !})$$

$$\underline{\text{pretpostavimo } t_{w2} = 93^\circ\text{C}} \Rightarrow c_w = 4.184 \frac{\text{kJ}}{\text{kgK}}$$

$$(\text{specifična toplota vode za srednju temperaturu vode } t = \frac{t_{w1} + t_{w2}}{2} = 66.5^\circ\text{C})$$

$$t_{w2} = t_{w1} + \frac{\dot{m}_u \cdot c_u \cdot (t_{u1} - t_{u2})}{\dot{m}_w \cdot c_w} = \frac{3.1 \cdot 1.7 \cdot (120 - 85)}{\frac{50}{60} \cdot 4.184} = 93^\circ\text{C} \quad (\text{tačno !})$$

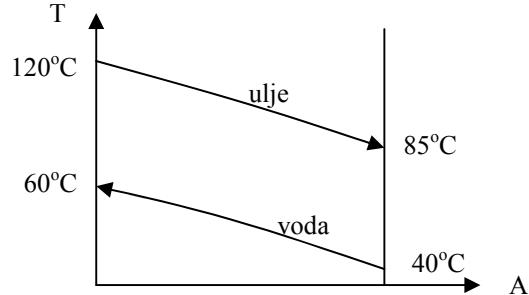
$$Q_{raz} = -\dot{m}_u \cdot c_u \cdot (t_{u2} - t_{u1}) = 3.1 \cdot 1.7 \cdot (120 - 85) = 184.5 \text{ kW}$$

$$\Delta T_{sr} = ?$$

$$\Delta T_{\max} = 60^\circ\text{C}$$

$$\Delta T_{\min} = 45^\circ\text{C}$$

$$\Delta T_{sr} = \frac{60 - 45}{\ln \frac{60}{45}} = 52.1^\circ\text{C}$$



$$k = \frac{Q_{raz}}{A_{ef} \cdot \Delta T_{sr}} = \frac{184.5}{13 \cdot 52.1} = 272.4 \frac{\text{W}}{\text{m}^2\text{K}}$$

$$\frac{1}{k} = \left(\frac{1}{\alpha_u} + R_c \right) \cdot \frac{d_s}{d_u} + d_s \cdot \frac{1}{2 \cdot \lambda} \ln \frac{d_s}{d_u} + R_o + \frac{1}{\alpha_w} \Rightarrow$$

$$R_o = \frac{1}{k} - \left(\frac{1}{\alpha_u} + R_c \right) \cdot \frac{d_s}{d_u} - d_s \cdot \frac{1}{2 \cdot \lambda} \ln \frac{d_s}{d_u} - \frac{1}{\alpha_w}$$

$$R_o = \frac{1}{272.4} - \left(\frac{1}{5000} + 0 \right) \cdot \frac{20}{18} - 0.02 \cdot \frac{1}{2 \cdot 45} \ln \frac{20}{18} - \frac{1}{800} = 2.185 \cdot 10^{-3} \frac{\text{m}^2\text{K}}{\text{W}}$$

3.23. U suprotnosmernom razmenjiva~u toplothe tipa cev u cevi ($\varnothing_1=80/90$ mm, $\varnothing_2=200/210$ mm), hladi se voda od temperature $t_{w1}=80^\circ\text{C}$ do temperature $t_{w2}=60^\circ\text{C}$. Voda struji kroz anularni prostor srednjom brzinom od $w=1.2$ m/s. Rashladni fluid je vazduh srednje temperture $t_v=20^\circ\text{C}$ koji struji kroz unutra~nu cev. Zanemaruju}i topotni otpor kondukcije kroz cev kao i topotni otpor prelaza topote sa unutra~ne povr}i cevi na vazduh odrediti du~inu razmenjiva~e topote.

$$\dot{Q}_{raz} = k \cdot \Delta T_{sr} \cdot L \quad \Rightarrow \quad L = \frac{\dot{Q}_{raz}}{k \cdot \Delta T_{sr}} = \dots = 47.3 \text{ m}$$

topotni bilans razmenjiva~e topote: $\dot{Q}_{raz} = -\Delta H_{voda} = \Delta H_{vazduh}$

$$\dot{Q}_{raz} = -\dot{m}_w \cdot c_w \cdot (t_{w2} - t_{w1}) = \dot{m}_v \cdot c_v \cdot (t_{v2} - t_{v1})$$

$$\dot{Q}_{raz} = -\dot{m}_w \cdot c_w \cdot (t_{w2} - t_{w1}) = \dots = -29.4 \cdot 4.174 \cdot (60 - 80) = 2454 \text{ kW}$$

$$\dot{m}_w = \rho_w \cdot w \cdot \left(\frac{d_3^2 \cdot \pi}{4} - \frac{d_2^2 \cdot \pi}{4} \right) = \dots = 977.8 \cdot 1.2 \cdot \left(\frac{0.2^2 \cdot \pi}{4} - \frac{0.09^2 \cdot \pi}{4} \right) = 29.4 \frac{\text{kg}}{\text{s}}$$

(fizi~ki parametri za vodu na srednjoj temperaturi vode $t_f = \frac{t_{w1} + t_{w2}}{2} = 70^\circ\text{C}$)

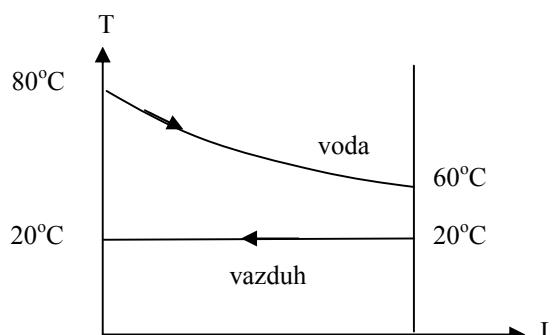
$$c_w = 4.174 \frac{\text{kJ}}{\text{kgK}}, \rho_w = 977.8 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$$

$$\Delta T_{sr} = ?$$

$$\Delta T_{max} = 60^\circ\text{C}$$

$$\Delta T_{min} = 40^\circ\text{C}$$

$$\Delta T_{sr} = \frac{60 - 40}{\ln \frac{60}{40}} = 49.3^\circ\text{C}$$



$$k = ?$$

$$\frac{1}{k} = \frac{1}{d_3 \pi \cdot \alpha_w} + \frac{1}{2\pi \cdot \lambda} \ln \frac{d_3}{d_2} + \frac{1}{d_2 \pi \cdot \alpha_v} \quad \Rightarrow$$

$$k = d_3 \pi \cdot \alpha_w = \dots = 0.2 \pi \cdot 3737 = 2348 \frac{\text{W}}{\text{mK}}$$

$$\alpha_w = ?$$

1. korak: fizički parametri za vodu na temperaturi $t_f = \frac{80 + 60}{2} = 70^\circ\text{C}$

$$\begin{aligned}\lambda_f &= 66.8 \cdot 10^{-2} \frac{\text{W}}{\text{mK}} & \rho_f &= 977.8 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} = \rho_w \\ \mu_f &= 406.1 \cdot 10^{-6} \frac{\text{Pa} \cdot \text{s}}{} & c_{pf} &= 4.187 \frac{\text{kJ}}{\text{kgK}} = c_w\end{aligned}$$

2. korak: karakteristika dužina vrste površi

$$l_k = 4 \cdot \frac{A}{O} = 4 \cdot \frac{\frac{d_3^2 \pi}{4} - \frac{d_2^2 \pi}{4}}{d_3 \pi + d_2 \pi} = \frac{d_3 - d_2}{=} = 200 - 90 = 110 \text{ mm}$$

3. korak: potrebni kriterijumi sličnosti

$$Re_f = \frac{\rho_f \cdot w \cdot l_K}{\mu_f} = \frac{977.8 \cdot 1.2 \cdot 0.11}{406.1 \cdot 10^{-6}} = 3.18 \cdot 10^5$$

$$Pr_f = 2.55, \quad Pr_z = 7.02$$

$$C \cdot Re_f^m \cdot Pr_f^n \cdot Gr_f^p \left(\frac{Pr_f}{Pr_z} \right)^{0.25}$$

4. korak: konstante u kriterijalnoj jednacini: $Nu_f =$

$$C=0.021, \quad m=0.8, \quad n=0.43, \quad p=0$$

5. korak: izračunavanje Nusseltovog broja

$$Nu_f = 0.021 \cdot (3.18 \cdot 10^5)^{0.8} \cdot (2.55)^{0.43} \cdot (Gr_f)^0 \cdot \left(\frac{2.55}{7.02} \right)^{0.25} = 615.4$$

6. korak: izračunavanje koeficijenta prelaza toplotne (α)

$$\alpha = Nu_f \frac{\lambda_f}{l_K} = 615.4 \cdot \frac{66.8 \cdot 10^{-2}}{0.11} = 3737 \frac{\text{W}}{\text{m}^2 \text{K}}$$

$$L = \frac{2452}{2.35 \cdot 49.3} = 21.2 \text{ m}$$

$$\frac{L}{l_K} = \frac{21.2}{0.11} = 192.7 > 50 \quad \Rightarrow \quad \text{ne vr{í se korekcija du'ine}$$

3.24. Horizontalni cevni razmenjiva~ toplove koristi se za kondenzaciju neke organske pare, koja se nalazi na temperaturi kondenzacije $t_{op}=145^{\circ}\text{C}$. Rashladni medijum je voda masenog protoka

- $m_w=0.36 \text{ kg/s}$ koja ulazi u razmenjiva~ toplove sa temperaturom $t_{w1}=30^{\circ}\text{C}$ i izlazi sa temperaturom $t_{w2}=50^{\circ}\text{C}$. Voda proti~e kroz cev a organska para kroz anularni prostor. Pre~nik unutra~ne cevi (od bakra) je $\varnothing=50/54 \text{ mm}$ ($d_u = 50 \text{ mm}$, $d_s = 54 \text{ mm}$). Koeficijent prelaza toplove sa strane organske pare je $\alpha_p = 5000 \text{ W}/(\text{m}^2\text{K})$. Zanemariti topotni otpor provo|enja kroz cev i pri izra~unavanju koeficijenta prelaza toplove sa strane vode zanemariti popravku

$$\left(\frac{Pr_f}{Pr_z} \right)^{0.25}$$

- odrediti du~inu razmenjiva~a toplove
- nakon izvesnog vremena pri istom protoku hladnjeg fluida i nepromjenjenim ulaznim temperaturama topilje i hladnjeg fluida utvr|eno je da izlazna temperatura vode iznosi 40°C . Odrediti procentualnu promenu koeficijenta prelaza toplove u odnosu na prvobitnu vrednost

a)

topotni bilans razmenjiva~a toplove: $\dot{Q}_{raz} = -\Delta H_{para} = \Delta H_{voda}$

$$\dot{Q}_{raz} = -m_p \cdot r = m_w \cdot c_w \cdot (t_{w2} - t_{w1})$$

$$\dot{Q}_{raz} = m_w \cdot c_w \cdot (t_{w2} - t_{w1}) = \dots = 0.36 \cdot 4.174 \cdot (50 - 30) = 30 \text{ kW}$$

$$c_w = 4.174 \frac{\text{kJ}}{\text{kgK}} \quad (\text{odre|eno za srednju temperaturu vode}, t_i = \frac{t_{w1} + t_{w2}}{2} = 40^{\circ}\text{C})$$

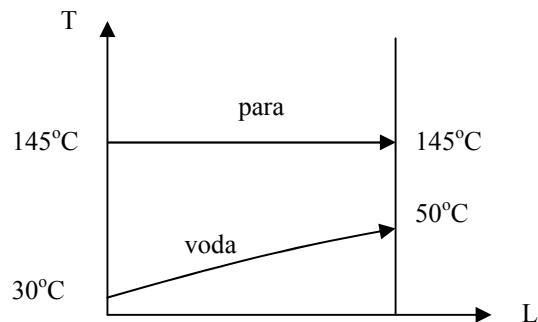
$$L = \frac{\dot{Q}_{raz}}{k \cdot \Delta T_{sr}} = \dots =$$

$$\Delta T_{sr} = ?$$

$$\Delta T_{max} = 115^{\circ}\text{C}$$

$$\Delta T_{min} = 95^{\circ}\text{C}$$

$$\Delta T_{sr2} = \frac{115 - 95}{\ln \frac{115}{95}} = 104.68^{\circ}\text{C}$$



$$\frac{1}{k} = \frac{1}{d_s \pi \cdot \alpha_p} + \frac{1}{2\pi \cdot \lambda} \ln \frac{d_s}{d_u} + \frac{1}{d_u \pi \cdot \alpha_w}$$

$$\Rightarrow k = \dots$$

$$\alpha_w = ?$$

1. korak: fizički parametri za vodu na temperaturi $t_f = \frac{30 + 50}{2} = 40^\circ C$

$$\lambda_f = 63.5 \cdot 10^{-2} \frac{W}{mK}, \quad \rho_f = 992.2 \frac{kg}{m^3}, \quad \mu_f = 653.3 \cdot 10^{-6} Pa \cdot s$$

2. korak: karakteristika dužina vrste površi

$$l_k = \frac{4 \cdot A}{O} = \frac{4 \cdot \frac{d_u^2 \pi}{4}}{d_u \pi} = d_u = 0.05 m$$

3. korak: izračunavanje potrebnih kriterijuma sličnosti

$$w = \frac{\frac{4 \cdot m_w}{\rho_f \cdot d_u^2 \cdot \pi}}{992.2 \cdot 0.05^2 \cdot \pi} = \frac{4 \cdot 0.36}{992.2 \cdot 0.05^2 \cdot \pi} = 0.18 \frac{m}{s}$$

$$Re_f = \frac{\rho_f \cdot w \cdot l_K}{\mu_f} = \frac{992.2 \cdot 0.18 \cdot 0.05}{653.3 \cdot 10^{-3}} = 1.37 \cdot 10^4, \quad Pr_f = 4.31$$

$$C \cdot Re_f^m \cdot Pr_f^n \cdot Gr_f^p \left(\frac{Pr_f}{Pr_z} \right)^{0.25}$$

4. korak: konstante u kriterijalnoj jednolini: $Nu_f =$

$$C=0.021, \quad m=0.8, \quad n=0.43, \quad p=0$$

5. korak: izračunavanje Nuseltovog broja

$$Nu_f = 0.021 \cdot (1.37 \cdot 10^4)^{0.8} \cdot (4.31)^{0.43} = 80.2$$

6. korak: izračunavanje koeficijenta prelaza toplotne sa strane vode (α_w)

$$\alpha = Nu_f \frac{\lambda_f}{l_K} = 80.2 \cdot \frac{63.5 \cdot 10^{-2}}{0.05} = 1018.5 \frac{W}{m^2 K}$$

$$k = \frac{1}{\frac{1}{d_s \pi \cdot \alpha_p} + \frac{1}{d_u \pi \cdot \alpha_w}} = \frac{1}{\frac{1}{0.054 \pi \cdot 5000} + \frac{1}{0.05 \pi \cdot 1018.5}} = 135 \frac{W}{mK}$$

$$L = \frac{30}{0.135 \cdot 104.68} = 2.12 \text{ m}$$

$$\frac{L}{l_K} = \frac{2.12}{10.05} = 42.4 < 50 \Rightarrow \text{mora se izvr{iti korekcija du`ine}$$

$$\frac{L}{l_K} = 42.4 \quad Re_f = 1.37 \cdot 10^4 \Rightarrow \varepsilon_L = f\left(\frac{L}{l_K}, Re\right) = 1.02$$

$$L = \frac{2.12}{1.02} = 2.08 \text{ m} \quad \text{stvarna du`ina cevi je } L = 2.08 \text{ m}$$

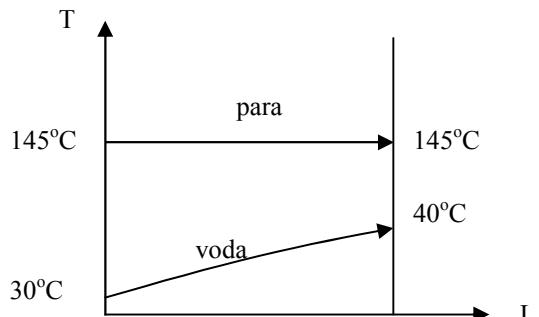
b)

$$\dot{Q}_{raz} = \dot{m}_w \cdot c_w \cdot (t'_{w2} - t'_{w1}) = \dots = 0.36 \cdot 4.74 \cdot (40 - 30) = 15 \text{ kW}$$

$$c_w = 4.174 \frac{\text{kJ}}{\text{kgK}} \text{ (odre|eno za srednju temperaturu vode, } t_f = \frac{t_{w1} + t_{w2}}{2} = 40^\circ\text{C)}$$

$$\Delta T'_{sr} = ?$$

$$\Delta T_{\max} = 115^\circ\text{C}$$



$$\Delta T'_{sr2} = \frac{115 - 105}{\ln \frac{115}{105}} = 109.92^\circ\text{C}$$

$$k' = \frac{\dot{Q}_{raz}}{L \cdot \Delta T'_{sr}} = \frac{15}{2.08 \cdot 109.92} = 65.6 \frac{\text{W}}{\text{mK}}$$

$$k : 100 = (k - k') : x \Rightarrow x = \frac{k - k'}{k} \cdot 100 = \frac{135 - 65.6}{135} \cdot 100 = 51.4\%$$

Koeficijent prolaza toplove se smanjio za 51.4%

3.25. Potrebno je zagrejati 3250 kg/h ulja od temperature $t_{u1}=20^\circ\text{C}$ do temperature $t_{u2}=80^\circ\text{C}$. Obzirom da se te~nost ne me~a sa vodom, zagrevanje se mo~e izvesti na dva na~ina: uvo|enjem suvozasi}ene vodene pare ($p=1$ bar) direktno u sud kroz koji proti~e te~nost ili upotrebom dvostrukog cevnog razmenjiva~a (cev u cevi) iz kojeg se kondenzat odvodi na temperaturi klju~anja. Odrediti:

- potreban protok vodene pare za zagrevanje te~nosti u oba slu~aja
- du~inu cevnog razmenjiva~a toplove (ulje proti~e kroz cev, para kroz anularni prostor)

Fizi~ki parametri ulja u radnom temperaturskom intervalu iznose:

$$\rho=820 \text{ kg/m}^3, \mu=4.1 \cdot 10^{-3} \text{ Pa s}, \lambda=0.126 \text{ W/mK}, c_{pu}=2 \text{ kJ/(kgK)}$$

Unutra~nja cev razmenjiva~a toplove ($\varnothing=29/25 \text{ mm}$) je od ~elika ($\lambda=50 \text{ W/mK}$), koeficijent prelaza toplove sa strane pare iznosi $\alpha_p=7 \text{ kW/m}^2\text{K}$, a pri izra~unavanju koeficijenta prelaza toplove

sa strane ulja zanemariti popravku $\left(\frac{\Pr_f}{\Pr_z}\right)^{0.25}$.

a)

toplotni bilans suda u kojem se vr{i neposredna razmena toplove:

$$-\dot{m}_p \cdot (c_w \cdot t_{u2} - h_1) = \dot{m}_u \cdot c_u \cdot (t_{u2} - t_{u1})$$

$$\dot{m}_p = \frac{\dot{m}_u \cdot c_u \cdot (t_{u2} - t_{u1})}{h_1 - c_w \cdot t_{u2}} = \dots = \frac{\frac{3250}{3600} \cdot 2 \cdot (80 - 20)}{2675 - 4.195 \cdot 80} = 0.046 \frac{\text{kg}}{\text{s}} = 165.6 \frac{\text{kg}}{\text{h}}$$

$$h_1 = 2675 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}} \quad (\text{suva para } p=1 \text{ bar})$$

$$c_w = 4.195 \frac{\text{kJ}}{\text{kgK}} \quad (\text{specifi~na toplosta vode na } t_{u2} = 80^\circ\text{C})$$

toplotni bilans razmenjiva~a toplove:

$$-\dot{m}_p \cdot (h_2 - h_1) = \dot{m}_u \cdot c_u \cdot (t_{u2} - t_{u1})$$

$$\dot{m}_p = \frac{\dot{m}_u \cdot c_u \cdot (t_{u2} - t_{u1})}{h_1 - h_2} = \dots = \frac{\frac{3250}{3600} \cdot 2 \cdot (80 - 20)}{2675 - 417.4} = 0.048 \frac{\text{kg}}{\text{s}} = 172.8 \frac{\text{kg}}{\text{h}}$$

$$h_2 = 417.4 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}} \quad (\text{klju~ala voda } p=1 \text{ bar})$$

b)

$$L = \frac{\dot{Q}_{raz}}{k \cdot \Delta T_{sr}} = \dots =$$

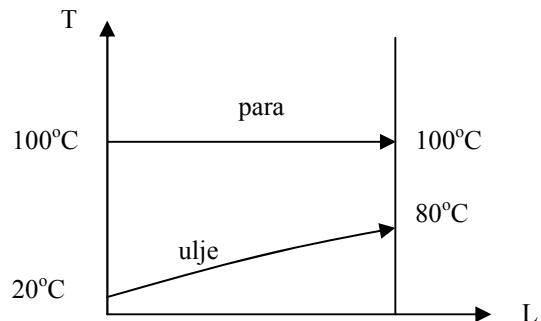
$$\dot{Q}_{raz} = -\Delta H_{para} = \Delta H_{ulja} = -m_p \cdot (h_2 - h_1) = m_u \cdot c_u \cdot (t_{u2} - t_{u1})$$

$$\dot{Q}_{raz} = \frac{3250}{3600} \cdot 2 \cdot (80 - 20) = 108.36 \text{ kW}$$

$$\Delta T_{sr} = ?$$

$$\begin{aligned}\Delta T_{max} &= 80^\circ C \\ \Delta T_{min} &= 20^\circ C\end{aligned}$$

$$\Delta T_{sr2} = \frac{80 - 20}{\ln \frac{80}{20}} = 43.28^\circ C$$



$$\frac{1}{k} = \frac{1}{d_s \pi \cdot \alpha_p} + \frac{1}{2\pi \cdot \lambda} \ln \frac{d_s}{d_u} + \frac{1}{d_u \pi \cdot \alpha_u} \Rightarrow k = \dots$$

$$\alpha_u = ?$$

1. korak: fizi~ki parametri za ulje u radnom temperaturskom intervalu

$$\lambda_f = 12.6 \cdot 10^{-2} \frac{W}{mK}$$

$$\rho_f = 820 \frac{kg}{m^3}$$

$$\mu_f = 4.1 \cdot 10^{-3} Pa \cdot s$$

$$c_{pf} = 1.926 \frac{kJ}{kgK} = c_u$$

2. korak: karakteristi~na du~ina ~vrste povr{i

$$l_k = 4 \cdot \frac{A}{O} = 4 \cdot \frac{\frac{d_u^2 \pi}{4}}{d_u \pi} = d_u = 0.025 \text{ m}$$

3. korak: izra~unavanje potrebnih kriterijuma sli~nosti

$$w = \frac{4 \cdot \dot{m}_w}{\rho_f \cdot d_u^2 \cdot \pi} = \frac{4 \cdot \frac{3250}{3600}}{820 \cdot 0.025^2 \cdot \pi} = 2.24 \frac{m}{s}$$

$$Re_f = \frac{\rho_f \cdot w \cdot l_K}{\mu_f} = \frac{820 \cdot 2.24 \cdot 0.025}{4.1 \cdot 10^{-3}} = 1.12 \cdot 10^4,$$

$$Pr_f = \frac{c_{pf} \cdot \mu_f}{\lambda_f} = \frac{1.926 \cdot 4.1 \cdot 10^{-3}}{12.6 \cdot 10^{-2}} = 62.67$$

$$C \cdot Re_f^m \cdot Pr_f^n \cdot Gr_f^p \left(\frac{Pr_f}{Pr_z} \right)^{0.25}$$

4. korak: konstante u kriterijalnoj jedna~ini: $Nu_f =$

$$C=0.021, \quad m=0.8, \quad n=0.43, \quad p=0$$

5. korak: izra~unavanje Nuseltovog broja

$$Nu_f = 0.021 \cdot (1.12 \cdot 10^4)^{0.8} \cdot (62.67)^{0.43} = 215.9$$

6. korak: izra~unavanje koeficijenta prelaza toplove sa strane vode (α_w)

$$\alpha_u = Nu_f \cdot \frac{\lambda_f}{l_K} = 215.9 \cdot \frac{12.6 \cdot 10^{-2}}{0.025} = 1088.1 \frac{W}{m^2 K}$$

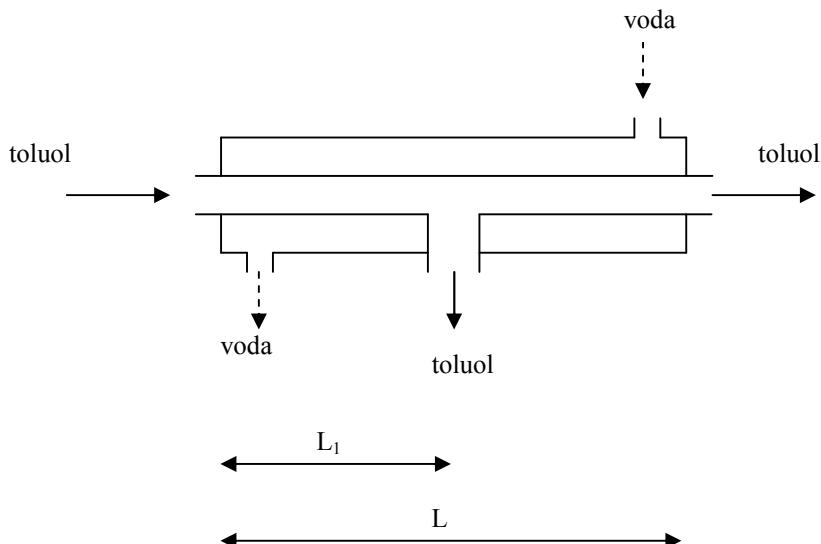
$$k = \frac{1}{\frac{1}{d_s \pi \cdot \alpha_p} + \frac{1}{2\pi \cdot \lambda} \ln \frac{d_s}{d_u} + \frac{1}{d_u \pi \cdot \alpha_u}} \Rightarrow$$

$$k = \frac{1}{\frac{1}{0.029 \pi \cdot 7000} + \frac{1}{2\pi \cdot 50} \ln \frac{0.029}{0.025} + \frac{1}{0.025 \pi \cdot 1088.1}} = 72.8 \frac{W}{mK}$$

$$L = \frac{108.36}{72.8 \cdot 10^{-3} \cdot 43.28} = 34.4 \text{ m}$$

$$\frac{L}{I_K} = \frac{34.4}{0.025} = 1376 > 50 \Rightarrow \text{ne vr{ i se korekcija du'ine}$$

3.26. U razmenjiva~u toplove tipa cev u cevi zagreva se toluol ($\dot{m}_t = 2 \text{ kg/s}$) od 20°C do 80°C . Za zagrevanje se koristi voda koja struji kroz anularni prostor u suprotnom toku i pri tome se hlađi od 98°C do 60°C . Na nekoj dužini L_1 od ulaza u unutrašnju cev razmenjiva~a ($\varnothing=62/66 \text{ mm}$) izvodi se $1/3$ ukupne količine toluola temperature $t_y=50^\circ\text{C}$. Odrediti ukupnu dužinu razmenjiva~e toplove L .



podaci:

- koeficijent prelaza toplove sa strane vode iznosi: $\alpha_w = 1.4 \frac{\text{kW}}{\text{m}^2\text{K}} = \text{const}$
- specifična toplota vode iznosi: $c_w = 4.19 \frac{\text{kJ}}{\text{kgK}} = \text{const}$
- toplotna provodnost toluola iznosi: $\lambda_t = 1.326 \cdot 10^{-1} \frac{\text{W}}{\text{mK}} = \text{const}$
- dinamička viskoznost toluola iznosi: $\mu_t = 0.55 \cdot 10^{-3} \text{ Pa}\cdot\text{s} = \text{const}$
- specifična toplota toluola iznosi: $c_t = 1.80 \frac{\text{kJ}}{\text{kgK}} = \text{const}$
- gustina toluola iznosi: $\rho_t = 830 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$
- zanemariti toplotni otpor provođenja kroz cev
- zanemariti popravku $\frac{Pr_f}{Pr_z}$ (tj. $\frac{Pr_f}{Pr_z} = 1$)

toplotni bilans prve zone razmenjiva-a toplotne (du`ine L_1)

$$-\Delta H_{\text{voda}} = \Delta H_{\text{toluol}} \quad -\dot{m}_w \cdot c_w (t_{w2} - t_x) = \dot{m}_t \cdot c_t (t_y - t_{t1}) \quad (1)$$

toplotni bilans druge zone razmenjiva-a toplotne (du`ine $L - L_1$)

$$-\Delta H_{\text{voda}} = \Delta H_{\text{toluol}} \quad -\dot{m}_w \cdot c_w (t_x - t_{w1}) = \frac{2}{3} \cdot \dot{m}_t \cdot c_t (t_{t2} - t_y) \quad (2)$$

deljenjem jedna~ina (1) i (2) dobija se: $\frac{t_{w2} - t_x}{t_x - t_{w1}} = \frac{3}{2} \cdot \frac{t_y - t_{t1}}{t_{t2} - t_y} \Rightarrow$

$$t_x = \frac{t_{w2} + t_{w1}}{\frac{3}{2} \cdot \frac{t_y - t_{t1}}{t_{t2} - t_y} + 1} = \frac{60 + 98}{\frac{3}{2} \cdot \frac{50 - 20}{80 - 50} + 1} = 63.2^\circ\text{C}$$

iz jedna~ine (1): $\dot{Q}_1 = \dot{m}_t \cdot c_t (t_y - t_{t1}) = 2 \cdot 1.8 \cdot (50 - 20) = 108 \text{ kW}$

$$\dot{m}_w = -\frac{\dot{m}_t \cdot c_t (t_{t2} - t_{t1})}{c_w (t_{w2} - t_x)} = -\frac{2 \cdot 1.8 \cdot (50 - 20)}{4.19 \cdot (60 - 63.2)} = 8.05 \frac{\text{kg}}{\text{s}}$$

iz jedna~ine (2): $\dot{Q}_2 = \frac{2}{3} \cdot \dot{m}_t \cdot c_t (t_{t2} - t_y) = \frac{2}{3} \cdot 2 \cdot 1.8 \cdot (80 - 50) = 72 \text{ kW}$

prva zona razmenjiva-a toplotne (du`ine L_1):

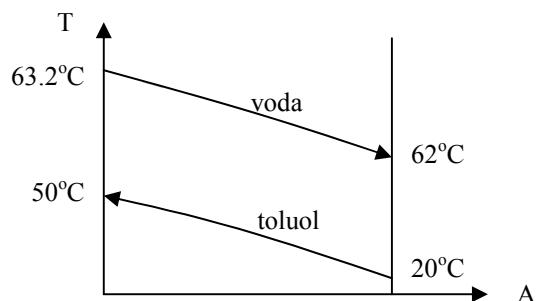
$$L_1 = \frac{\dot{Q}_1}{k_1 \cdot \Delta T_{sr1}} = \dots$$

$$\Delta T_{sr1} = ?$$

$$\Delta T_{\max} = 42^\circ\text{C}$$

$$\Delta T_{\min} = 13.2^\circ\text{C}$$

$$\Delta T_{sr1} = \frac{42 - 13.2}{\ln \frac{42}{13.2}} = 24.88^\circ\text{C}$$



$$\alpha_{tl} = ?$$

2. korak: karakteristična dužina vrste površi

$$l_k = 4 \cdot \frac{A}{O} = 4 \cdot \frac{\frac{d_u^2 \pi}{4}}{d_u \pi} = d_u = 62 \text{ mm}$$

3. korak: potrebni kriterijumi sličnosti

$$\dot{m}_t = \rho_t \cdot w_1 \cdot \frac{d_u^2 \pi}{4} \quad w_1 = \frac{4 \cdot \dot{m}_t}{\rho_t \cdot d_u^2 \pi} = \frac{4 \cdot 2}{830 \cdot 0.062^2 \pi} = 0.8 \frac{m}{s}$$

$$Re_f = \frac{\rho_t \cdot w_1 \cdot l_K}{\mu_t} = \frac{830 \cdot 0.8 \cdot 0.062}{0.55 \cdot 10^{-3}} = 7.49 \cdot 10^4 \quad (\text{turbulentno strujanje})$$

$$Pr_f = \frac{c_{pt} \cdot \mu_t}{\lambda_t} = \frac{1.8 \cdot 10^3 \cdot 0.55 \cdot 10^{-3}}{1.326 \cdot 10^{-1}} = 7.47$$

$$C \cdot Re_f^m \cdot Pr_f^n \cdot Gr_f^p \left(\frac{Pr_f}{Pr_z} \right)^{0.25}$$

4. korak: konstante u kriterijalnoj jednacini: $Nu_f =$

$$C=0.021, \quad m=0.8, \quad n=0.43, \quad p=0$$

5. korak: izračunavanje Nuseltovog broja

$$Nu_f = 0.021 \cdot (7.49 \cdot 10^4)^{0.8} \cdot (7.47)^{0.43} \cdot (Gr_f)^0 \cdot 1 \\ = 395.67$$

6. korak: izračunavanje koeficijenta prelaza toplotne (α)

$$\alpha_{tl} = Nu_f \cdot \frac{\lambda_f}{l_K} = 395.67 \cdot \frac{1.326 \cdot 10^{-1}}{62 \cdot 10^{-3}} = 846.2 \frac{W}{m^2 K}$$

$$\frac{1}{k_1} = \frac{1}{d_s \pi \cdot \alpha_w} + \frac{1}{2\pi \cdot \lambda} \ln \frac{d_s}{d_u} + \frac{1}{d_u \pi \cdot \alpha_{tl}} \Rightarrow k_1 = \frac{1}{d_s \pi \cdot \alpha_w} + \frac{1}{d_u \pi \cdot \alpha_{tl}}$$

$$k_l = \frac{1}{\frac{1}{0.066\pi \cdot 1400} + \frac{1}{0.062\pi \cdot 846.2}} = 105.1 \frac{W}{mK}$$

$$L_1 = \frac{108}{0.105 \cdot 24.88} = 41.34 \text{ m}$$

$$\frac{L_1}{l_K} = \frac{41.34}{62 \cdot 10^{-3}} = 666.8 > 50 \Rightarrow \text{ne vr{i se korekcija du'ine}$$

druga zona razmenjiva~a topote (du'ine $L - L_1$):

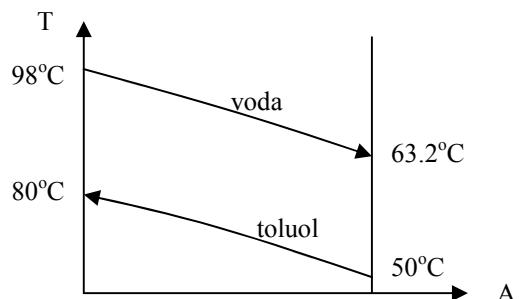
$$L - L_1 = \frac{\dot{Q}_2}{k_2 \cdot \Delta T_{sr2}} = \dots$$

$$\Delta T_{sr2} = ?$$

$$\Delta T_{max} = 18^\circ C$$

$$\Delta T_{min} = 13.2^\circ C$$

$$\Delta T_{sr2} = \frac{18 - 13.2}{\ln \frac{18}{13.2}} = 15.48^\circ C$$



$$\alpha_{t2} = ?$$

2. korak: karakteristi~na du'ina ~vrste povr{i

$$l_k = 4 \cdot \frac{A}{O} = 4 \cdot \frac{\frac{4}{d_u \pi}}{4} = d_u = 62 \text{ mm}$$

3. korak: potrebnii kriterijumi sli~nosti

$$\frac{2}{3} \cdot \dot{m}_t = \rho_t \cdot w_2 \cdot \frac{d_u^2 \pi}{4} \Rightarrow w_2 = \frac{\frac{2}{3} \cdot \dot{m}_t}{\rho_t \cdot d_u^2 \pi} = \frac{\frac{4}{3} \cdot \frac{2}{3} \cdot 2}{830 \cdot 0.062^2 \pi} = 0.53 \frac{m}{s}$$

$$Re_f = \frac{\rho_t \cdot w_2 \cdot l_K}{\mu_t} = \frac{830 \cdot 0.53 \cdot 0.062}{0.55 \cdot 10^{-3}} = 4.96 \cdot 10^4 \quad (\text{turbulentno strujanje})$$

$$Pr_f = \frac{c_{pt} \cdot \mu_t}{\lambda_t} = \frac{1.8 \cdot 10^3 \cdot 0.55 \cdot 10^{-3}}{1.326 \cdot 10^{-1}} = 7.47$$

$$C \cdot Re_f^m \cdot Pr_f^n \cdot Gr_f^p \left(\frac{Pr_f}{Pr_z} \right)^{0.25}$$

4. korak: konstante u kriterijalnoj jedna~ini: $Nu_f =$

$$C=0.021, \quad m=0.8, \quad n=0.43, \quad p=0$$

5. korak: izra~unavanje Nuseltovog broja

$$Nu_f = 0.021 \cdot (4.96 \cdot 10^4)^{0.8} \cdot (7.47)^{0.43} \cdot (Gr_f)^0 \cdot 1 \\ = 284.53$$

6. korak: izra~unavanje koeficijenta prelaza toplotne (α)

$$\alpha_{tl} = Nu_f \cdot \frac{\lambda_f}{l_K} = 284.53 \cdot \frac{1.326 \cdot 10^{-1}}{62 \cdot 10^{-3}} = 608.5 \frac{W}{m^2 K}$$

$$\frac{1}{k_1} = \frac{1}{d_s \pi \cdot \alpha_w} + \frac{1}{2\pi \cdot \lambda} \ln \frac{d_s}{d_u} + \frac{1}{d_u \pi \cdot \alpha_{tl}} \Rightarrow k_1 = \frac{1}{\frac{1}{d_s \pi \cdot \alpha_w} + \frac{1}{d_u \pi \cdot \alpha_{tl}}}$$

$$k_1 = \frac{1}{\frac{1}{0.066\pi \cdot 1400} + \frac{1}{0.062\pi \cdot 608.5}} = 84.16 \frac{W}{mK}$$

$$L - L_1 = \frac{72}{0.084 \cdot 15.48} = 55.37 \text{ m}$$

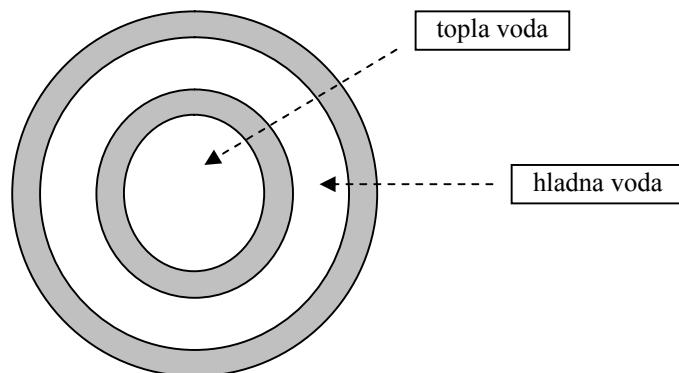
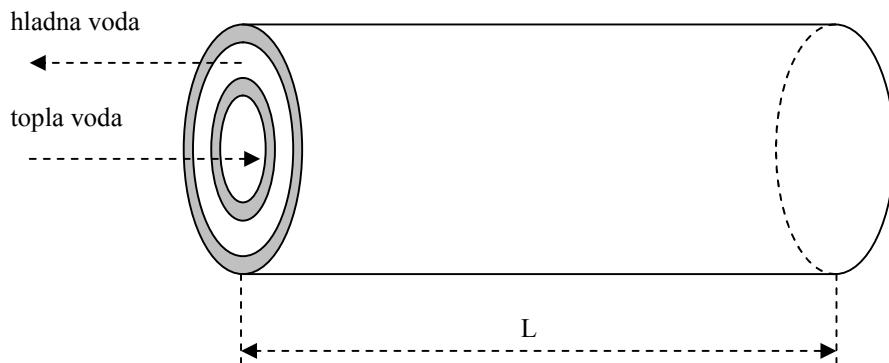
$$\frac{L - L_1}{l_K} = \frac{55.37}{62 \cdot 10^{-3}} = 893 > 50 \Rightarrow \text{ne vr{i se korekcija du'ine}$$

Ukupna du'ina razmenjiva~a toplotne:

$$L = (L - L_1) + L_1 = 55.37 + 41.34 = 96.71 \text{ m}$$

3.27. Kroz unutrašnju cev dvostrukocevnog razmenjivača toplote prenik 36/42 mm struji voda protokom 3600 kg/h, ulazne temperature 85°C i izlazne temperature 75°C . Rashladna voda, koja struji kroz anularni prostor, se pri razmeni topline zagreva od 20°C do 60°C . Prenik spoljašnje cevi aparata je 54/60 mm. Koeficijent toplotne provodljivosti unutrašnje cevi je $45 \text{ W}/(\text{mK})$. Termički otpor onečijenja za oba fluida je isti i iznosi $R_c = R_o = 2 \cdot 10^{-4} (\text{m}^2\text{K})/\text{W}$. Za slučaj da fluidi proti sebi kroz aparat protivstrujno odrediti efektivnu površinu kao i dužinu razmenjivača topline.

Pri određivanju koeficijenata prelaza topline zanemariti popravku $\left(\frac{Pr_f}{Pr_z}\right)^{0.25}$



toplotni bilans razmenjiva~a toplotne:

\dot{Q}_{raz}

$$= -\Delta H_{t,w} = \Delta H_{h,w}$$

$$\dot{Q}_{raz} = -m_{tw} \cdot c_{tw} \cdot (t_{tw2} - t_{tw1}) = m_{hw} \cdot c_{hw} \cdot (t_{hw2} - t_{hw1}) = \dots$$

specifi~na toplota tople vode za srednju temperaturu tople vode

$$t = \frac{t_{tw1} + t_{tw2}}{2} = 80^\circ\text{C} \quad \Rightarrow \quad c_{tw} = 4.195 \frac{\text{kJ}}{\text{kgK}}$$

specifi~na toplota hladne vode za srednju temperaturu hladne vode

$$t = \frac{t_{hw1} + t_{hw2}}{2} = 40^\circ\text{C} \quad \Rightarrow \quad c_{hw} = 4.174 \frac{\text{kJ}}{\text{kgK}}$$

$$\dot{Q}_{raz} = -\frac{3600}{3600} \cdot 4.195 \cdot (75 - 85) = 41.95 \text{ kW}$$

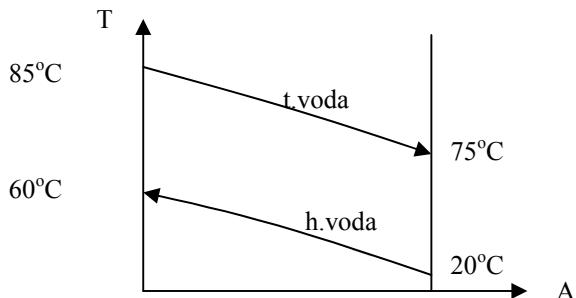
$$\dot{m}_{hw} = \frac{\dot{Q}_{raz}}{4.174 \cdot (60 - 20)} = 0.25 \frac{\text{kg}}{\text{s}}$$

$$\Delta T_{sr} = ?$$

$$\Delta T_{max} = 55^\circ\text{C}$$

$$\Delta T_{min} = 25^\circ\text{C}$$

$$\Delta T_{sr} = \frac{55 - 25}{\ln \frac{55}{25}} = 38^\circ\text{C}$$



$$\frac{1}{k} = \frac{1}{\alpha_{hw}} + R_0 + d_2 \cdot \frac{1}{2 \cdot \lambda} \ln \frac{d_2}{d_1} + \left(R_c + \frac{1}{\alpha_{tw}} \right) \cdot \frac{d_2}{d_1} \quad \Rightarrow \quad k = \dots 780 \frac{\text{W}}{\text{m}^2\text{K}}$$

(α_{tw} , α_{hw} , postupak odre|ivanje na slede}im stranama)

$$A_{ef} = \frac{\dot{Q}_{raz}}{k \cdot \Delta T_{sr}} = \frac{41.95}{0.785 \cdot 38} = 1.42 \text{ m}^2$$

$$L = \frac{A_{ef}}{d_2 \cdot \pi} = \frac{1.42}{0.042 \cdot \pi} = 10.7 \text{ m}$$

$$\alpha_{tw}=?$$

1. korak:fizi~ki parametri za toplu vodu na srednjoj temperaturi tople vode

$$\lambda_f = 67.4 \cdot 10^{-2} \frac{W}{mK}$$

$$\rho_f = 971.8 \frac{kg}{m^3}$$

$$\mu_f = 355.1 \cdot 10^{-6} Pa \cdot s$$

$$c_{pf} = 4.195 \frac{kJ}{kgK} = c_{tw}$$

2. korak:karakteristi~na du`ina ~vrste povr{i

$$l_k = 4 \cdot \frac{A}{O} = 4 \cdot \frac{4}{d_u \pi} = d_u = 0.036 \text{ m}$$

3. korak: potrebni kriterijumi sli~nosti

$$\dot{m}_{tw} = \rho_{tw} \cdot w_{tw} \cdot \frac{d_1^2 \pi}{4} \quad w_{tw} = \frac{4 \cdot \dot{m}_{tw}}{\rho_{tw} \cdot d_w^2 \pi} = \frac{4 \cdot \frac{3600}{3600}}{971.8 \cdot 0.036^2 \pi} = 1 \frac{m}{s}$$

$$Re_f = \frac{\rho_{tw} \cdot w_{tw} \cdot l_k}{\mu_{tw}} = \frac{971.8 \cdot 1 \cdot 0.036}{355.1 \cdot 10^{-6}} = 9.85 \cdot 10^4 \quad (\text{turbulentno strujanje})$$

$$Pr_f = 2.21$$

$$C \cdot Re_f^m \cdot Pr_f^n \cdot Gr_f^p \left(\frac{Pr_f}{Pr_z} \right)^{0.25}$$

4. korak: konstante u kriterijalnoj jedna~ini: $Nu_f =$

$$C=0.021, \quad m=0.8, \quad n=0.43, \quad p=0$$

5. korak: izra~unavanje Nuseltovog broja

$$Nu_f = 0.021 \cdot (9.85 \cdot 10^4)^{0.8} \cdot (2.21)^{0.43} \cdot (Gr_f)^0 \cdot 1 \\ = 291.8$$

6. korak: izra~unavanje koeficijenta prelaza toplotne sa strane tople vode (α_{tw})

$$\alpha_{tw} = Nu_f \frac{\lambda_f}{l_k} = 291.8 \cdot \frac{67.4 \cdot 10^{-2}}{0.036} = 5463 \frac{W}{m^2 K}$$

$$\alpha_{hw}=?$$

1. korak: fizi~ki parametri za hladnu vodu na srednjoj temperaturi hladne vode

$$\begin{aligned}\lambda_f &= 63.5 \cdot 10^{-2} \frac{W}{mK} & \rho_f &= 992.2 \frac{kg}{m^3} \\ \mu_f &= 653.3 \cdot 10^{-6} Pa \cdot s & c_{pf} &= 4.174 \frac{kJ}{kgK} = c_w\end{aligned}$$

2. korak: karakteristi~na du~ina ~vrste povr{i

$$l_k = 4 \cdot \frac{A}{O} = 4 \cdot \frac{\frac{d_3^2 \pi}{4} - \frac{d_2^2 \pi}{4}}{d_3 \pi + d_2 \pi} = d_3 - d_2 = 0.054 - 0.042 = 0.012 \text{ m} = 12 \text{ mm}$$

3. korak: izra~unavanje Rejnoldsovog broja

$$w_{hw} = \frac{4 \cdot \dot{m}_{hw}}{\rho_f \cdot (d_3^2 - d_2^2) \cdot \pi} = \frac{4 \cdot 0.25}{992.2 \cdot (0.054^2 - 0.042^2) \cdot \pi} = 0.28 \frac{m}{s}$$

$$\begin{aligned}Re_f &= \frac{\rho_f \cdot w \cdot l_k}{\mu_f} = \frac{992.2 \cdot 0.28 \cdot 0.012}{653.3 \cdot 10^{-6}} = 5103 & (\text{prelazni re~im strujanja}) \\ Pr_f &= 4.31\end{aligned}$$

$$C \cdot Re_f^m \cdot Pr_f^n \cdot Gr_f^p \left(\frac{Pr_f}{Pr_z} \right)^{0.25}$$

4. korak: konstante u kriterijalnoj jedna~ini: $Nu_f =$

$$C = K_o = f(Re_f) = 15.9, \quad m=0, \quad n=0.43, \quad p=0$$

5. korak: izra~unavanje Nuseltovog broja

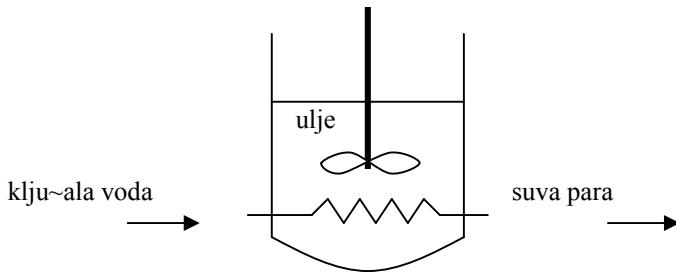
$$\begin{aligned}Nu_f &= 15.9 \cdot (Re_f)^{0.8} \cdot (4.31)^{0.43} \cdot (Gr_f)^0 \cdot 1 \\ &= 29.8\end{aligned}$$

6. korak: izra~unavanje koeficijenta prelaza toplove sa strane hladne vode (α_{hw})

$$\alpha_{hw} = Nu_f \cdot \frac{\lambda_f}{l_k} = 29.8 \cdot \frac{63.5 \cdot 10^{-2}}{0.012} \frac{W}{m^2 K} = 1577$$

3.28. Potrebno je ohladiti 1 t ulja ($c_u=3 \text{ kJ/(kgK)}$) od temperature $t_{u1}=300^\circ\text{C}$ do temperature $t_{u2}=120^\circ\text{C}$, za vreme od $\tau=2$ sata. Ulje se nalazi u posudi sa mešalicom, a hlađenje se vrši ključalom vodom ($t_w=100^\circ\text{C}$) koja ulazi u spiralnu cev uronjenu u posudu i napušta spiralnu cev kao suvozazena para. Ako je koeficijent prolaza toplote sa ulja na vodu $k=1000 \text{ W}(\text{m}^2\text{K})$ i toplota isparavanja vode iznosi $r=2290 \text{ kJ/kg}$, odrediti:

- potrebnu površinu za razmenu topline
- količinu suvozazene pare koja nastaje tokom procesa hlađenja ulja



a)

$$-m_u \cdot c_u \cdot d(T - T_{u1}) = k \cdot A \cdot (T - T_w) \cdot d\tau \quad \Rightarrow$$

$$\int_0^\tau d\tau = -\frac{m_u \cdot c_u}{A \cdot k} \cdot \int_{T_{u1}}^{T_{u2}} \frac{d(T - T_w)}{T - T_w} \quad \Rightarrow \quad \tau = -\frac{m_u \cdot c_u}{A \cdot k} \cdot \ln(T - T_w) \Big|_{T_{u1}}^{T_{u2}}$$

$$\tau = -\frac{m_u \cdot c_u}{A \cdot k} \cdot \ln \frac{T_{u2} - T_w}{T_{u1} - T_w} \quad \Rightarrow \quad A = \frac{m_u \cdot c_u}{\tau \cdot k} \cdot \ln \frac{T_{u2} - T_w}{T_{u1} - T_w}$$

$$A = \frac{1000 \cdot 3}{2 \cdot 3600 \cdot 1} \cdot \ln \frac{120 - 100}{300 - 100} = 0.96 \text{ m}^2$$

b)

$$\text{toplotni bilans suda:} \quad Q = -\Delta H_{\text{ulja}} = \Delta H_{\text{voda}}$$

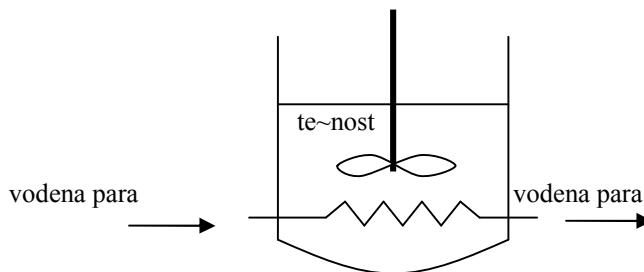
$$-m_u \cdot c_u \cdot (t_{u2} - t_{u1}) = m_p \cdot (h_2 - h_1) \quad m_p = -\frac{m_u \cdot c_u \cdot (t_{u2} - t_{u1})}{r}$$

$$m_p = -\frac{1000 \cdot 3 \cdot (120 - 300)}{2290} = 235.81 \text{ kg}$$

3.29. U sudu sa mešalicom nalazi se 1300 kg tečnosti po~etne temperature $T_1=293$ K, konstantne specifi~ne toplice $c=4.18 \text{ kJ/(kgK)}$. Tečnost se zagreva vodenom parom stalne temperature $T_p = 373$ K koja se provodi kroz spiralnu cev površine $A=4 \text{ m}^2$. Odrediti vreme potrebno da se tečnost u sudu zagreje do $T_2=353$ K ako je:

- koeficijent prolaza toplice sa pare na tečnost konstantna veličina i iznosi $k=175 \text{ W/(m}^2\text{K)}$
- koeficijent prolaza toplice sa pare na tečnost promenljiva veličina i zavisi od temperature tečnosti koja se zagreva na na~in:

T K	293	303	313	323	333	343	353
k $\text{W}/(\text{m}^2\text{K})$	160	170	180	190	200	210	220



a)

obzirom da se temperatura rastvora menja sa vremenom problem se rešava postavljanjem diferencijalne jedna~ine:

$$m \cdot c \cdot d(T - T_1) = k \cdot A \cdot (T_p - T) \cdot d\tau \quad \Rightarrow$$

$$\int_0^\tau d\tau = \frac{m \cdot c}{A \cdot k} \cdot \int_{T_1}^{T_2} \frac{d(T - T_1)}{T_p - T} \quad \Rightarrow \quad \tau = -\frac{m \cdot c}{A \cdot k} \cdot \ln(T_p - T) \Big|_{T_1}^{T_2}$$

$$\tau = -\frac{m \cdot c}{A \cdot k} \cdot \ln \frac{T_p - T_2}{T_p - T_1} = -\frac{1300 \cdot 4.18}{4 \cdot 0.175} \cdot \ln \frac{373 - 353}{373 - 293} 10762 \text{ s} (\approx 3 \text{ sata})$$

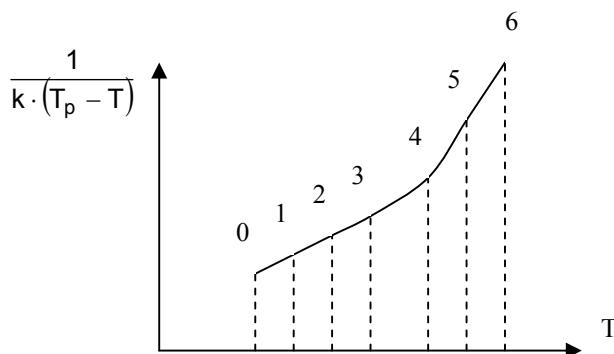
b)

$$m \cdot c \cdot d(T - T_1) = k \cdot A \cdot (T_p - T) \cdot d\tau \Rightarrow \int_0^\tau d\tau = \frac{m \cdot c}{A} \cdot \int_{T_1}^{T_2} \frac{1}{k \cdot (T_p - T)} dT$$

u slu~aju pod b) polazna diferencijalna jedna~ina je ista ali se mora primeniti postupak grafi~ke integracije (trapezna formula):

$$\tau = \frac{m \cdot c}{A} \cdot \int_{T_1}^{T_2} \frac{1}{k \cdot (T_p - T)} dT \Rightarrow I = \int_{T_1}^{T_2} \frac{1}{k \cdot (T_p - T)} dT$$

	0	1	2	3	4	5	6
T K	293	303	313	323	333	343	353
f(T) = $\frac{1}{k \cdot (T_p - T)}$	0.0781	0.0840	0.0926	0.1053	0.1250	0.1587	0.2273



$$I = \frac{T_6 - T_0}{6} \cdot \left(\frac{f(T_6) + f(T_0)}{2} + f(T_1) + f(T_2) + f(T_3) + f(T_4) + f(T_5) \right) = 7.18$$

$$I = \frac{353 - 293}{6} \cdot \left(\frac{22.73 + 7.81}{2} + 8.4 + 9.26 + 10.53 + 12.5 + 15.87 \right) \cdot 10^{-2} = 7.18$$

$$\tau = \frac{m \cdot c}{A} \cdot I = \frac{1300 \cdot 4.18}{4} \cdot 7.18 = 9754 \text{ s} (\approx 2 \text{ sata } 42 \text{ minuta})$$

3.30. Ulje temperature 35°C , zagreva se u sudu sa me~alicom ($D=1.5 \text{ m}$, $d=0.5 \text{ m}$, $n=200 \text{ min}^{-1}$). Grejanje se vr{i kroz omota~ suda, zasi}enom vodenom parom temperature $t_p=110^{\circ}\text{C}$, pri ~emu se

kondenzat izvodi iz omota~a na temperaturi kondenzacije. Koeficijent prelaza toplove sa strane pare iznosi $\alpha_p = 12 \text{ kW}/(\text{m}^2\text{K})$. Debljina ~eli~nog zida ($\lambda = 50 \text{ W}/(\text{m}\text{K})$) iznosi $\delta = 4 \text{ mm}$. Kada se postrojenje pusti u rad 1700 kg ulja se zagreje u toku 1 ~asa do temperature od 90°C. Usled zaprljanosti grejne povr{ine, posle 6 meseci rada, ista koli~ina ulja za isto vreme i pri istim parametrima grejnog medijuma zagreje se do 80°C. Odrediti:

- koeficijent prolaza toplove sa pare na ulje u oba slu~aja
- temperaturu zasi}ene pare, koju pod novonastalim uslovima treba koristiti da bi se 1700 kg ulja zagrejalo za jedan sat do 90°C

Prepostaviti da, pri izmeni toplotnog re`ima, koeficijenti prelaza toplove sa strane pare i ulja ostaju konstantni. Fizi~ki parametri ulja u radnom temperaturskom intervalu iznose: $\rho_f = 870 \text{ kg}/\text{m}^3$, $\mu_f = 12 \cdot 10^{-3} \text{ Pa} \cdot \text{s}$, $\lambda_f = 0.15 \text{ W}/(\text{m}\text{K})$, $c_{pf} = 2 \text{ kJ}/(\text{kg}\text{K})$

a)

$$\frac{1}{k} = \frac{1}{D_1 \pi \cdot \alpha_p} + \frac{1}{2\pi \cdot \lambda} \ln \frac{D_1}{D} + \frac{1}{D \pi \cdot \alpha_u} \Rightarrow k = 1377 \frac{\text{W}}{\text{mK}}$$

$$D_1 = D + 2\delta = 1.508 \text{ m}$$

$$\alpha_u = ?$$

1. korak: fizi~ki parametri za ulje u radnom temperaturskom intervalu

$$\begin{aligned} \lambda_f &= 15 \cdot 10^{-2} \frac{\text{W}}{\text{mK}} & \rho_f &= 870 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \\ \mu_f &= 12 \cdot 10^{-3} \text{ Pa} \cdot \text{s} & c_{pf} &= 2 \frac{\text{kJ}}{\text{kgK}} = c_u \end{aligned}$$

2. korak: karakteristi~na du`ina ~vrste povr{i

$$l_k = D = 1.5 \text{ m}$$

3. korak: izra~unavanje potrebnih kriterijuma sli~nosti

$$\begin{aligned} Re_f &= \frac{\rho_f \cdot n \cdot d^2}{\mu_f} = \frac{870 \cdot \frac{200}{60} \cdot 0.5^2}{12 \cdot 10^{-3}} = 6.04 \cdot 10^4, \\ Pr_f &= \frac{2 \cdot 10^3 \cdot 12 \cdot 10^{-3}}{15 \cdot 10^{-2}} = 160 \end{aligned}$$

4. korak: izbor kriterijalne jednačine za dati slučaj

$$Nu_f = \frac{0.36 \cdot Re_f^{0.67} \cdot Pr_f^{0.33}}{}$$

5. korak: izračunavanje Nuseltovog broja

$$Nu_f = 0.36 \cdot (6.04 \cdot 10^4)^{0.67} \cdot (160)^{0.33} = 3068.7$$

6. korak: izračunavanje koeficijenta prelaza topote sa strane vode (α_w)

$$\alpha = Nu_f \frac{\lambda_f}{L} = 3068 \cdot \frac{15 \cdot 10^{-2}}{1.5} = 306.8 \frac{W}{m^2 K}$$

$$\tau = -\frac{m_u \cdot c_u}{L \cdot k} \cdot \ln \frac{110 - 90}{110 - 35} \quad \text{vreme trajanja procesa u prvom slučaju} \quad (1)$$

$$\tau = -\frac{m_u \cdot c_u}{L \cdot k'} \cdot \ln \frac{110 - 80}{110 - 35} \quad \text{vreme trajanja procesa u drugom slučaju} \quad (2)$$

deljenjem jednačina (1) i (2) dobija se:

$$\frac{k}{k'} = \frac{\ln \frac{110 - 90}{110 - 35}}{\ln \frac{110 - 80}{110 - 35}} = 1.45 \quad \Rightarrow \quad k' = 949.6 \frac{W}{mK}$$

b)

$$\tau = -\frac{m_u \cdot c_u}{L \cdot k} \cdot \ln \frac{110 - 90}{110 - 35} \quad \text{vreme trajanja procesa u prvom slučaju} \quad (3)$$

$$\tau = -\frac{m_u \cdot c_u}{L \cdot k'} \cdot \ln \frac{T - 90}{T - 35} \quad \text{vreme trajanja procesa u drugom slučaju} \quad (4)$$

deljenjem jednačina (3) i (4) i rešavanjem dobijenog količnika po temperaturi (T) dobija se:

$$T = \frac{90 - 35 \cdot \exp\left(\frac{k'}{k} \cdot \ln \frac{110 - 90}{110 - 35}\right)}{1 - \exp\left(\frac{k'}{k} \cdot \ln \frac{110 - 90}{110 - 35}\right)} = \frac{90 - 35 \cdot \exp\left(\frac{1}{1.45} \cdot \ln \frac{110 - 90}{110 - 35}\right)}{1 - \exp\left(\frac{1}{1.45} \cdot \ln \frac{110 - 90}{110 - 35}\right)} = 127^\circ\text{C}$$

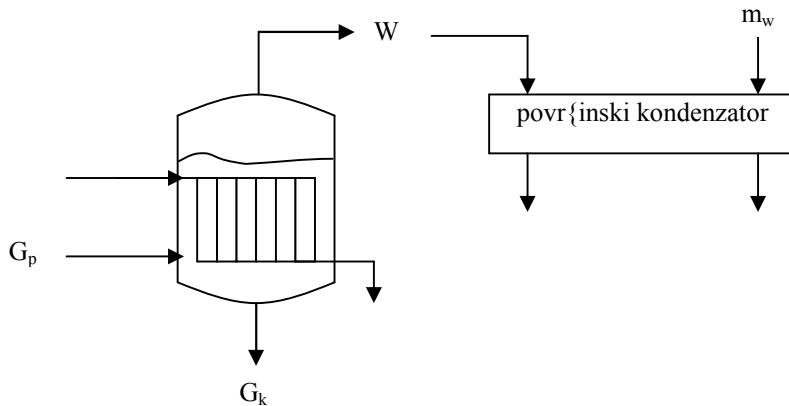
4.1. U jednostepenoj ukuva~koj stanicu na pritisku $p=0.7$ bar ukuvava se $G_p = 2 \text{ t/h}$ vodenog rastvora od $x_p=0.072$ do $x_k=0.36$. Odrediti potrebnu koli~inu rashladne vode za kondenzaciju sekundarne pare, ako se kondenzacija vr{i:

- a) u povr{inskom kondenzatoru tako da je temperatura dobijenog kondenzata sekundarne pare za 5°C ni`a od temperature kondenzacije sekundarne pare

- b) u barometarskom kondenzatoru

U oba slu~aja rashladna voda se zagreje od $T_{w1}=15^\circ\text{C}$ do $T_{w2}=35^\circ\text{C}$

a)



$$\text{op{ti bilans ukuva~a: } } G_p = G_k + W \quad (1)$$

$$\text{bilans suve materije: } G_p \cdot x_p = G_k \cdot x_k \quad (2)$$

$$(2) \Rightarrow G_k = G_p \cdot \frac{x_p}{x_k} = 2000 \cdot \frac{0.072}{0.36} = 400 \frac{\text{kg}}{\text{h}}$$

$$(1) \Rightarrow W = G_p - G_k = 2000 - 400 = 1600 \frac{\text{kg}}{\text{h}}$$

$$\text{entalpija sekundarne pare (p=0.7 bar) } h'' = 2660 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}}$$

$$\text{temperatura kondenzacije sekundarne pare } T''''' = 90^\circ\text{C}$$

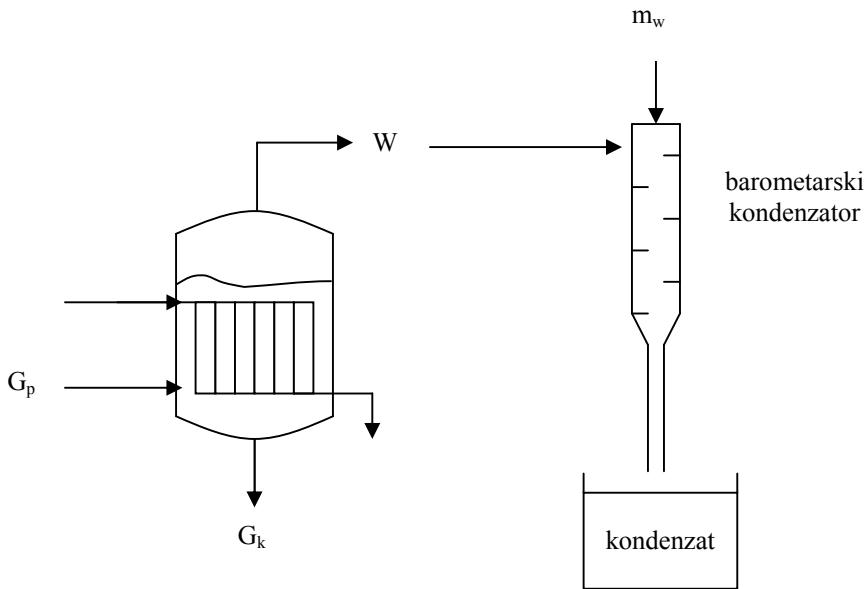
$$\text{teperatura kondenzata sekundarne pare } T_{\text{kond}} = 90 - 5 = 85^\circ\text{C}$$

$$\text{toplotni bilans povr{inskog razmenjiva~a toplotne: } -\Delta H_{\text{para}} = \Delta H_{\text{voda}}$$

$$-W \cdot (c_w \cdot T_{\text{kondenzat}} - h'') = m_w \cdot c_w \cdot (T_{w2} - T_{w1}) \Rightarrow$$

$$m_w = \frac{-W \cdot (c_w \cdot T_{\text{kondenzat}} - h'')}{c_w \cdot (T_{w2} - T_{w1})} = \frac{-1600 \cdot (4.18 \cdot 85 - 2660)}{4.18 \cdot (35 - 15)} = 44109 \frac{\text{kg}}{\text{h}}$$

b)



toplotni bilans barometarskog kondenzatora: $-\Delta H_{\text{para}} = \Delta H_{\text{voda}}$

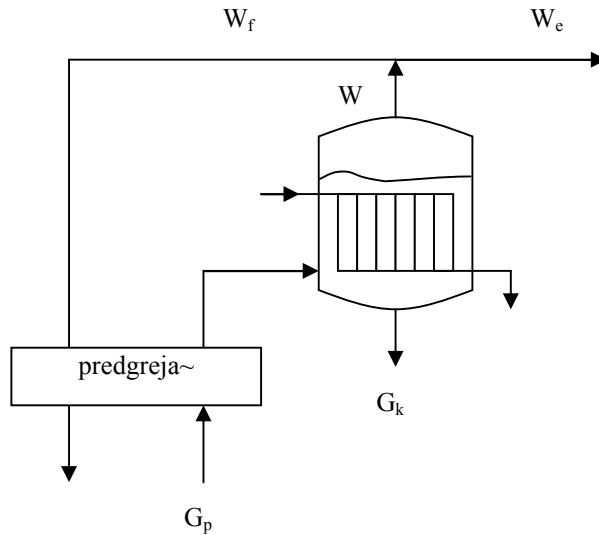
$$-W \cdot (c_w \cdot T_{w2} - h') = m_w \cdot c_w \cdot (T_{w2} - T_{w1}) \quad \Rightarrow$$

$$m_w = \frac{-W \cdot (c_w \cdot T_{w2} - h')}{c_w \cdot (T_{w2} - T_{w1})} = \frac{-1600 \cdot (4.18 \cdot 35 - 2660)}{4.18 \cdot (35 - 15)} = 48109 \frac{\text{kg}}{\text{h}}$$

4.2. Uparavanjem mleka koje sadr`i 10 mas% SM treba proizvesti 800 kg/h ukuvanog mleka sa sadr`ajem SM od 30 mas%. Mleko se pre ukuvavanja zagreva u predgreja~u od $T_1=24^\circ\text{C}$ do $T_2=80^\circ\text{C}$ ($c_m=3.9 \text{ kJ/kgK}$). Zagrevanje se vr{i i kondenzacijom jednog dela sekundarne pare. Preostala koli~ina sekundarne pare izdvaja se iz ukuva~a kao ekstra para. Temperatura klju~anja mleka iznosi $T_k=95^\circ\text{C}$.

a) odrediti koliko se ekstra pare (kg/h) izdvaja iz ukuva~a

b) odrediti toplotnu snagu ukuva~a (kW) ako toplotni gubici u okolinu iznose 20 kW



a)

$$W_e = W - W_f = \dots = 1369.01 \frac{\text{kg}}{\text{h}}$$

$$\begin{aligned} \text{op{ti bilans ukuva-a: } } & G_p = G_k + W & (1) \\ \text{bilans suve materije: } & G_p \cdot x_p = G_k \cdot x_k & (2) \end{aligned}$$

$$(2) \Rightarrow G_p = G_k \cdot \frac{x_k}{x_p} = 800 \cdot \frac{0.3}{0.1} = 2400 \frac{\text{kg}}{\text{h}}$$

$$(1) \Rightarrow W = G_p - G_k = 2400 - 800 = 1600 \frac{\text{kg}}{\text{h}}$$

$$\text{toplotni bilans predgreja-a: } -W_f \cdot (h' - h'') = G_p \cdot c_p \cdot (T_2 - T_1) \quad (3)$$

$$(3) \Rightarrow W_f = \frac{G_p \cdot c_p \cdot (T_2 - T_1)}{h'' - h'} = \frac{2400 \cdot 3.9 \cdot (80 - 24)}{2270} = 230.91 \frac{\text{kg}}{\text{h}}$$

$$h'' - h' = 2270 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}} \text{ (toplota kondenzacije za } T_k=95^\circ\text{C)}$$

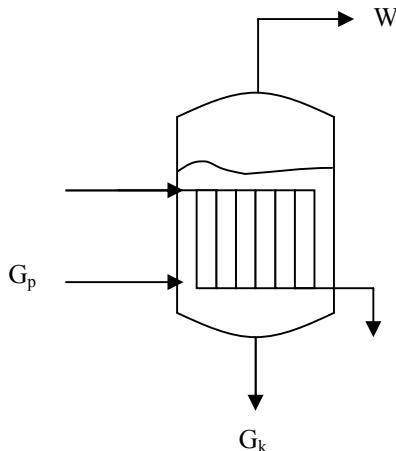
b)

$$\text{toplotni bilans ukuva-a: } Q_{\text{uku}} = G_p \cdot c_p \cdot (T_k - T_p) + W \cdot r + Q_g$$

$$Q_{\text{uku}} = \frac{2400}{3600} \cdot 3.9 \cdot (95 - 80) + \frac{1600}{3600} \cdot 2270 + 20 = 1068 \text{ kW}$$

4.3. Vodenim rastvorom, $c_p = 3.79 \text{ kJ/(kgK)}$, se kontinualno koncentrije od 9.5 mas% do 26.6 mas% u ukuva~u sa grejnom povr{inom od 30 m^2 . Temperatura polaznog rastvora je $T_p = 18^\circ\text{C}$, a temperatura klju~anja rastvora je $T_k = 105^\circ\text{C}$. Kao grejni medijum koristi se suvozasi~ena vodena para pritiska 2 bar. U po~etku je maseni protok polaznog rastvora $G_p = 900 \text{ kg/h}$ ali posle izvesnog vremena opada na $G_p' = 500 \text{ kg/h}$ usled obrazovanja kamenca ($\lambda = 1.4 \text{ W/mK}$) na grejnoj povr{ini. Ako se topotni gubici u okolinu i prehla|ivanje kondenzata grejne pare mogu zanemariti odrediti debljinu formiranog kamenca.

1. slu~aj:



$$\text{op{ti bilans ukuva~a: } } G_p = G_k + W \quad (1)$$

$$\text{bilans suve materije: } G_p \cdot x_p = G_k \cdot x_k \quad (2)$$

$$(2) \Rightarrow G_k = G_p \cdot \frac{x_p}{x_k} = 900 \cdot \frac{0.095}{0.266} = 321.43 \frac{\text{kg}}{\text{h}}$$

$$(1) \Rightarrow W = G_p - G_k = 900 - 321.43 = 578.57 \frac{\text{kg}}{\text{h}}$$

$$\text{topotni bilans ukuva~a: } G_p \cdot c_p \cdot (T_k - T_p) + W \cdot r = k \cdot (T_D - T_k) \cdot A$$

$$k = \frac{G_p \cdot c_p \cdot (T_k - T_p) + W \cdot r}{(T_D - T_k) \cdot A} = \frac{\frac{900}{3600} \cdot 3.79 \cdot (105 - 18) + \frac{578.57}{3600} \cdot 2243}{(120.23 - 105) \cdot 30} = 969 \frac{\text{W}}{\text{m}^2\text{K}}$$

2. slu~aj:

$$\text{op{ti bilans ukuva~a: } } G_p' = G_k' + W \quad (1)$$

$$\text{bilans suve materije: } G_p' \cdot x_p = G_k' \cdot x_k \quad (2)$$

$$(2) \Rightarrow G_k' = G_p' \cdot \frac{x_p}{x_k} = 500 \cdot \frac{0.095}{0.266} = 178.57 \frac{\text{kg}}{\text{h}}$$

$$(1) \Rightarrow W' = G_p' - G_k' = 500 - 178.57 = 321.43 \frac{\text{kg}}{\text{h}}$$

$$\text{toplotni bilans ukuva~a: } G_p' \cdot c_p \cdot (T_k - T_p) + W' \cdot r = k' \cdot (T_d - T_k) \cdot A$$

$$k' = \frac{G_p' \cdot c_p \cdot (T_k - T_p) + W' \cdot r}{(T_d - T_k) \cdot A} = \frac{\frac{900}{3600} \cdot 3.79 \cdot (105 - 18) + \frac{578.57}{3600} \cdot 2243}{(120.23 - 105) \cdot 30} = 539 \frac{\text{W}}{\text{m}^2\text{K}}$$

$$\text{koeficijent prolaza toplove (1. slu~aj): } \frac{1}{k} = \frac{1}{\alpha_d} + \frac{\delta}{\lambda} + \frac{1}{\alpha_r} \quad (1)$$

$$\text{koeficijent prolaza toplove (2. slu~aj): } \frac{1}{k'} = \frac{1}{\alpha_d} + \frac{\delta}{\lambda} + \frac{\delta_k}{\lambda_k} + \frac{1}{\alpha_r} \quad (2)$$

oduzimanjem jedna~ina (1) i (2) dobija se:

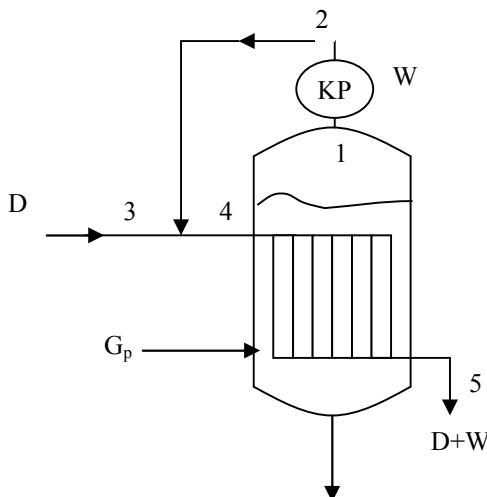
$$\frac{1}{k'} - \frac{1}{k} = \frac{\delta_k}{\lambda_k} \Rightarrow \delta_k = \lambda_k \cdot \left(\frac{1}{k'} - \frac{1}{k} \right) = 1.4 \cdot \left(\frac{1}{539} - \frac{1}{969} \right) = 1.15 \text{ mm}$$

$T_d = 120.23^\circ\text{C}$ (temperatura kondenzacije grejne pare na $p=2$ bar)

$r = 2243 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}}$ (toplota kondenzacije sekundarne pare na $T=105^\circ\text{C}$)

4.4. U ukuva~ sa sistemom rekompresije sekundarne pare uvodi se voden rastvor ($G_p=300 \text{ kg/h}$, $x_p=8\%$, $t_p=20^\circ\text{C}$, $c_p=3.85 \text{ kJ/kgK}$). Koncentracija suve materije u ukuvanom rastvoru iznosi $x_k=46\%$. Sekundarna para se, po izlasku iz ukuva~a, komprimuje izentropski od $p_1=1 \text{ bar}$ do $p_2=3 \text{ bar}$ i nakon me~anja sa sve~om parom (suva para $p=3 \text{ bar}$) vra}a u ukuva~ kao grejni medijum (slika). Zanemaruju}i topotne gubitke i prepostavlja}i da kondenzat izlazi iz grejnog tela neprehla}en izra}unati:

- a) topotnu snagu ukuva~a (kW)
- b) potro{nju sve~e pare (kg/h)
- c) teorijsku snagu motora za pogon kompresora (kW)
- a)



$$\begin{aligned} \text{op{ti bilans ukuva~a: } } G_p &= G_k + W & (1) \\ \text{bilans suve materije: } G_p \cdot x_p &= G_k \cdot x_k & (2) \end{aligned}$$

$$(2) \Rightarrow G_k = G_p \cdot \frac{x_p}{x_k} = 300 \cdot \frac{0.08}{0.46} = 52.17 \frac{\text{kg}}{\text{h}}$$

$$(1) \Rightarrow W = G_p - G_k = 300 - 52.17 = 247.83 \frac{\text{kg}}{\text{h}}$$

$$\text{topotni bilans ukuva~a: } Q_{\text{uku}} = G_p \cdot c_p \cdot (T_k - T_p) + W \cdot r$$

$$Q_{\text{uku}} = \frac{300}{3600} \cdot 3.85 \cdot (100 - 20) + \frac{247.83}{3600} \cdot 2258 = 161.9 \text{ kW}$$

$$T_k = 99.64^\circ\text{C} \approx 100^\circ\text{C} \quad (\text{temperatura klju}~anja vode na } p=1 \text{ bar})$$

$$r = 2258 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}} \quad (\text{topota isparavanja vode na } p=1 \text{ bar})$$

b)

$$\text{topotni bilans ukuva~a: } Q_{\text{uku}} = (D + W) \cdot (h_4 - h_5) \quad (1)$$

toplotni bilans procesa među anja sekundarne pare W i primarne pare D

$$-\Delta H_W = \Delta H_D \quad \Rightarrow \quad -W \cdot (h_4 - h_2) = D \cdot (h_4 - h_3) \quad (2)$$

kombinovanjem jednačina (1) i (2), sistem 2 jednačine sa 2 nepoznate

$$\text{dobija se: } D=2.57 \frac{\text{kg}}{\text{h}} \quad h_4=2889 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}}$$

napomena:

$$h_3 = h'' = 2725 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}} \quad (\text{suva para } p=3 \text{ bar})$$

$$h_2 = h_{pp} = 2890.7 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}} \quad (\text{pregrejana para } p=3 \text{ bar}, s_4=s_1=7.36 \frac{\text{kJ}}{\text{kgK}})$$

$$s_1 = s'' = 7.36 \frac{\text{kJ}}{\text{kgK}} \quad (\text{suva para } p=1 \text{ bar})$$

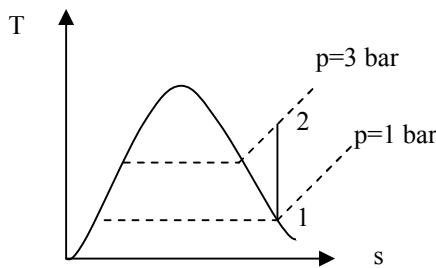
$$h_5 = h' = 561.4 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}}$$

c)

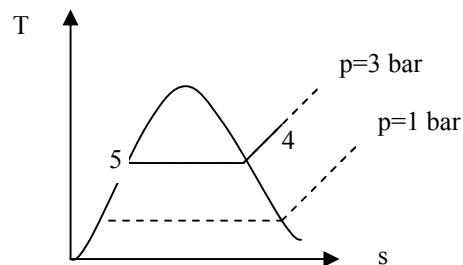
$$N_k = W \cdot (h_1 - h_2) = -14.85 \text{ kW}$$

$$h_1 = h'' = 2675 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}} \quad (\text{suva para } p=1 \text{ bar})$$

napomena:



promena stanja pare (W)
u kompresoru



promena stanja pare (W+D)
u grejnom telu ukuvala

zadatak za većbanje: (4.5.)

4.5. U jednostepenoj ukuvaci bateriji koncentracije se 9072 kg/h 1 mas% slanog vodenog rastvora ($c_p=4.14 \text{ kJ/kgK}$, $T_p=311 \text{ K}$). Finalna koncentracija soli u koncentratu iznosi

1.5 mas%. Pritisak u parnom prostoru ukuvaci-a iznosi 101.3 kPa . Za zagrevanje se koristi suvozasi-ena vodena para pritiska 143.3 kPa . Koeficijent prolaza toplice sa grejne pare na rastvor koji se koncentri-e iznosi $k=1704 \text{ W/(m}^2\text{K)}$. Zanemaruju}i gubitke toplice u okolinu kao i prehlađivanje kondenzata grejne pare, odrediti:

- maseni protok dobijenog koncentrata
- grejnu povr{inu ukuvaci-a

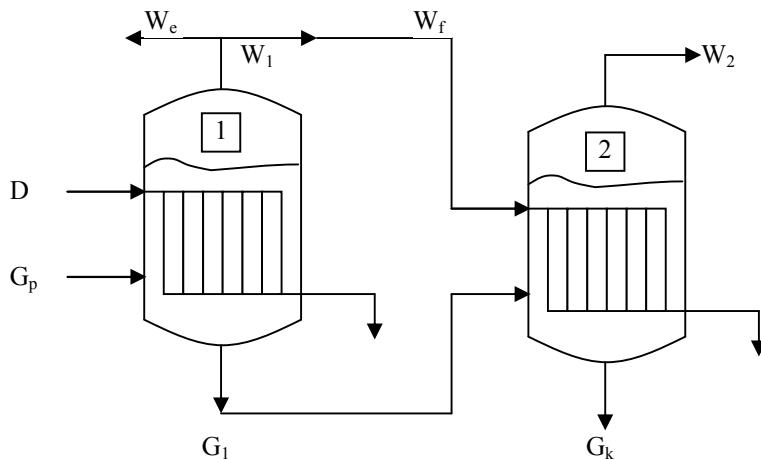
$$\text{re}čenje: G_k = 6048 \text{ kg/h} \quad A=149.3 \text{ m}^2$$

4.6. U dvostepenoj bateriji sa istosmernim tokom (slika) ukuvava se voden rastvor, ($G_p=1000 \text{ kg/h}$, $x_p=8 \text{ mas\%}$) do $x_k=30 \text{ mas\%}$. Temperatura ključanja rastvora u prvom ukuvaci-u je

$T_{k1}=110^\circ\text{C}$ a u drugom $T_{k2}=80^\circ\text{C}$. Iz prvog ukuvaci-a se izdvaja $W_1=400 \text{ kg/h}$ sekundarne pare.

Jedan deo te pare koristi se za zagrevanje drugog ukuvaci-a a preostala količina izdvaja se kao ekstra para. Zanemaruju}i prehlađivanje kondenzata pare na izlazu iz grejnog tela drugog ukuvaci-a kao i toplotne gubitke odrediti:

- sastav rastvora koji napušta prvi ukuvac, x_1
- toplotnu snagu drugog ukuvac-a, Q_2 (kW)
- maseni protok ekstra pare, W_e (kg/h)



a)

$$\text{op{ti bilans za 1. ukuva~: } G_p = G_1 + W_1 \quad (1)}$$
$$\text{bilans suve materije za 1. ukuva~: } G_p \cdot x_p = G_1 \cdot x_1 \quad (2)$$

$$(1) \Rightarrow G_1 = G_p - W_1 = 1000 - 400 = 600 \frac{\text{kg}}{\text{h}}$$

$$(2) \Rightarrow x_1 = x_p \cdot \frac{G_p}{G_1} = 0.08 \cdot \frac{1000}{600} = 0.13$$

b)

$$\text{op{ti bilans za 2. ukuva~: } G_1 = G_k + W_2 \quad (1)}$$

$$\text{bilans suve materije za 2. ukuva~: } G_1 \cdot x_1 = G_k \cdot x_k \quad (2)$$

$$(2) \Rightarrow G_k = G_1 \cdot \frac{x_1}{x_k} = 600 \cdot \frac{0.13}{0.30} = 266.67 \frac{\text{kg}}{\text{h}}$$

$$(1) \Rightarrow W_2 = G_1 - G_k = 600 - 266.67 = 333.33 \frac{\text{kg}}{\text{h}}$$

$$c_1 = (1 - x_1) \cdot c_w = (1 - 0.13) \cdot 4.18 = 3.63 \frac{\text{kJ}}{\text{kgK}}$$

$$r_2 = 2308 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}} \quad (\text{toplota kondenzacije na } T_{k2}=80^\circ\text{C})$$

$$\text{toplotski bilans za 2. ukuva~: } Q_2 = G_1 \cdot c_1 \cdot (T_{k2} - T_{k1}) + W_2 \cdot r_2$$

$$Q_2 = \frac{600}{3600} \cdot 3.63 \cdot (80 - 110) + \frac{333.33}{3600} \cdot 2308 = 195.55 \text{ kW}$$

c)

$$r_1 = 2230 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}} \quad (\text{toplota kondenzacije na } T_{k1}=110^\circ\text{C})$$

$$\text{toplotski bilans za 2. ukuva~: } Q_2 = W_f \cdot r_1$$

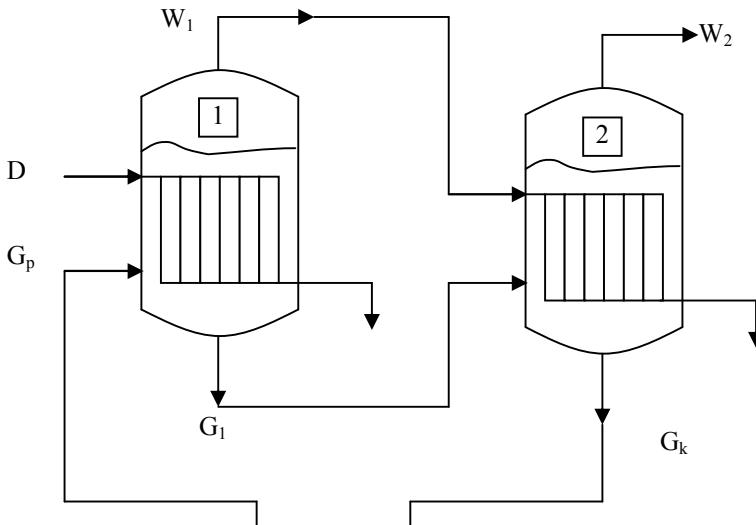
$$W_f = \frac{Q_2}{r_1} = \frac{195.55}{2230} = 8.77 \cdot 10^{-2} \frac{\text{kg}}{\text{s}} = 315.7 \frac{\text{kg}}{\text{h}}$$

$$W_e = W_1 - W_f = 400 - 315.7 = 84.3 \frac{\text{kg}}{\text{h}}$$

4.7. U drugi ukuva~ dvostepene ukuva~ke baterije ulazi iz prvog ukuva~a $G_1=500 \text{ kg/h}$ rastvora sastava $x_1=16 \text{ mas\%}$. Temperatura klju~anja u prvom ukuva~u je $T_{k1}=108^\circ\text{C}$, a u drugom ukuva~u $T_{k2}=90^\circ\text{C}$. Ukuvan rastvor iz drugog ukuva~a sastava $x_k=28 \text{ mas\%}$, specifi~ne toploste $c_k=3.42 \text{ kJ/kgK}$, koristi se za predgrejanje napojne sme{e u predreja~u. Zanemaruju}i prehla|ivanje kondenzata sekundarne pare prvog ukuva~a (W_1) na izlazu iz grejnog tela drugog ukuva~a kao i topotne gubitke odrediti:

- koliko sekundarne pare iz prvog ukuva~a prelazi u drugi ukuva~ (kg/h)
- za koliko poraste temperatura napojne sme{e u predreja~u ako ukuvan rastvor ($c_k=3.42 \text{ kJ/kgK}$) iz predreja~a izlazi ohla|en na $t_3=35^\circ\text{C}$

a)



$$\text{op{ti bilans za 2. ukuva~: } G_1 = G_k + W_2 \quad (1)}$$

$$\text{bilans suve materije za 2. ukuva~: } G_1 \cdot x_1 = G_k \cdot x_k \quad (2)$$

$$(2) \Rightarrow G_k = G_1 \cdot \frac{x_1}{x_k} = 500 \cdot \frac{0.16}{0.28} = 285.71 \frac{\text{kg}}{\text{h}}$$

$$(1) \Rightarrow W_2 = G_1 - G_k = 500 - 285.71 = 214.29 \frac{\text{kg}}{\text{h}}$$

$$c_1 = (1 - x_1) \cdot c_w = 3.52 \frac{\text{kJ}}{\text{kgK}}$$

$$r_1 = 2235 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}} \quad (\text{toplota kondenzacije na } T_{k1}=108^\circ\text{C})$$

$$r_2 = 2282 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}} \quad (\text{toplota kondenzacije na } T_{k2}=90^\circ\text{C})$$

$$\text{toplotski bilans za 2. ukuva~: } W_1 \cdot r_1 = G_1 \cdot c_1 \cdot (T_{k2} - T_{k1}) + W_2 \cdot r_2$$

$$W_1 = \frac{G_1 \cdot c_1 \cdot (T_{k2} - T_{k1}) + W_2 \cdot r_2}{r_1} = \dots \Rightarrow$$

$$W_1 = \frac{\frac{500}{3600} \cdot 3.52 \cdot (90 - 108) + \frac{214.29}{3600} \cdot 2282}{2235} = 5.68 \cdot 10^{-2} \frac{\text{kg}}{\text{s}} = 204.62 \frac{\text{kg}}{\text{h}}$$

b)

$$\text{op{ti bilans za 1. ukuva~: } G_p = G_1 + W_1 \quad (1)}$$

$$\text{bilans suve materije za 1. ukuva~: } G_p \cdot x_p = G_1 \cdot x_1 \quad (2)$$

$$(1) \Rightarrow G_p = G_1 + W_1 = 500 - + 204.62 = 704.62 \frac{\text{kg}}{\text{h}}$$

$$(2) \Rightarrow x_p = x_1 \cdot \frac{G_1}{G_p} = 0.16 \cdot \frac{600}{704.62} = 0.11$$

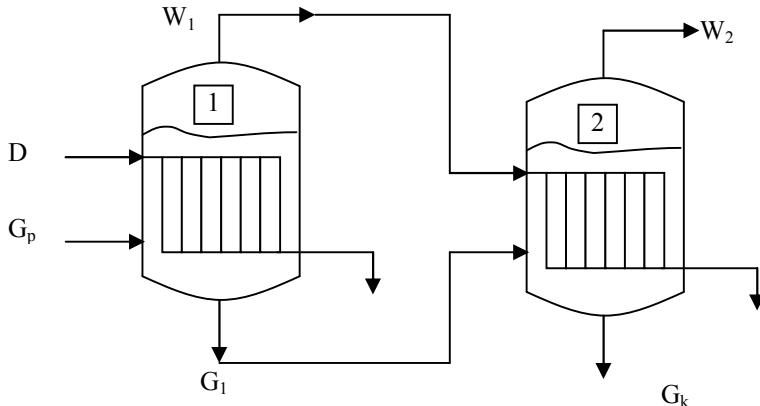
$$c_p = (1 - x_p) \cdot c_w = 3.72 \frac{\text{kJ}}{\text{kgK}}$$

$$\text{toplotni bilans predgreja~a: } G_p \cdot c_p \cdot \Delta T = G_k \cdot c_k \cdot (T_{k2} - T_3)$$

$$\Delta T = \frac{G_k \cdot c_k \cdot (T_{k2} - T_3)}{G_p \cdot c_p} = \frac{\frac{285.71}{3600} \cdot 3.42 \cdot (90 - 35)}{\frac{704.62}{3600} \cdot 3.72} = 20.5^\circ\text{C}$$

4.8. Vodeni rastvor, konstantne specifi~ne toplove $c=4.18 \text{ kJ/kgK}$, ukuvava se u dvostepenoj ukuva~koj stanci sa istosmernim tokom. Protok polaznog rastvora, koji je pre uvo|enja u ukuva~ve} zarejan do temperature kju~anja, iznosi 5 kg/s . Temperatura primarne pare (zasi}ena para) je 122°C , a temperatura klju~anja rastvora u drugoj bateriji je 100°C . Ukupno otparena koli~ina vode jednaka je polovini protoka polaznog rastvora, a koeficijent prolaza toplove u drugom ukuva~u je 75% koeficijenta prolaza toplove u prvom ukuva~u. Povr{ine grejnih tela obe baterije su jednake. Smatru}i da su toplove kondenzacije svih para (D, W_1, W_2) jednake i da iznose $r=2230 \text{ kJ/kg}$, zanemaru}i toplotne gubitke kao i prehlajivanje kondenzata para (D, W_1) odrediti:

- a) temperaturu klju~anja rastvora u prvom ukuva~u ($^\circ\text{C}$)
- b) potro|nu primarne pare (kg/s)



a)

topljeni bilans za 1. ukuva~:

$$Q_1 = D \cdot r = G_p \cdot c \cdot (T_{k1} - T_p) + W_1 \cdot r = k_1 \cdot (T_d - T_{k1}) \cdot A_1 \quad (1)$$

topljeni bilans za 2. ukuva~:

$$Q_2 = W_1 \cdot r = G_1 \cdot c \cdot (T_{k2} - T_{k1}) + W_2 \cdot r = k_2 \cdot (T_{k1} - T_{k2}) \cdot A_2 \quad (2)$$

$$\text{iz (1)} Q_1 = \dots W_1 \cdot r, \text{ iz (2)} Q_2 = \dots W_1 \cdot r \Rightarrow Q_1 = Q_2$$

$$k_1 \cdot (T_d - T_{k1}) \cdot A_1 = k_2 \cdot (T_{k1} - T_{k2}) \cdot A_2 \quad (A_1 = A_2 \text{ i } k_2 = 0.75 k_1)$$

$$T_{k1} = \frac{k_1 \cdot T_d + k_2 \cdot T_{k2}}{k_1 + k_2} = \frac{T_d + 0.75 \cdot T_{k2}}{1.75} = \frac{122 + 0.75 \cdot 100}{1.75} = 112.6^\circ\text{C}$$

b)

$$(1) \text{ op{ti bilans za 1. ukuva~: } G_p = G_1 + W_1 \Rightarrow G_1 = G_p - W_1}$$

$$(2) \text{ uslov zadatka: } \frac{1}{2} G_p = W_1 + W_2 \Rightarrow W_2 = \frac{1}{2} G_p - W_1$$

$$(3) \text{ toplotni bilans za 2. ukuva~: } W_1 \cdot r = G_1 \cdot c \cdot (T_{k2} - T_{k1}) + W_2 \cdot r$$

kombinovanjem jedna~ina (1), (2) i (3) dobija se:

$$W_1 \cdot r = (G_p - W_1) \cdot c \cdot (T_{k2} - T_{k1}) + \left(\frac{1}{2} G_p - W_1 \right) \cdot r \Rightarrow \\ W_1 = \frac{G_p \cdot c \cdot (T_{k2} - T_{k1}) + \frac{1}{2} G_p \cdot r}{c \cdot (T_{k2} - T_{k1}) + 2 \cdot r} = \frac{5 \cdot 4.18 \cdot (100 - 112.6) + \frac{1}{2} \cdot 5 \cdot 2230}{4.18 \cdot (100 - 112.6) + 2 \cdot 2230} = 1.19 \frac{\text{kg}}{\text{s}}$$

$$\text{iz toplotnog bilansa za prvi ukuva~} \Rightarrow D = W_1 = 1.19 \frac{\text{kg}}{\text{s}}$$

4.9. U dvostepenoj ukuva~koj bateriji sa istosmernim tokom (slika kao u zadatku 4.8.) ukuvava se 3 kg/s vodenog rastvora, konstantne specifi~ne toplove $c=3 \text{ kJ/kgK}$, po~etne temperature $t_p=60^\circ\text{C}$ od $x_p=10 \text{ mas\%}$ do $x_k=25 \text{ mas\%}$. Pritisici u parnim prostorima ukuva~a iznose: $p_1=1 \text{ bar}$ i $p_2=0.6 \text{ bar}$. Zanemaruju}” i toploplne gubitke kao i prehla|ivanje kondenzata pare W_1 na izlazu iz grejnog tela drugog ukuva~a odrediti:

- protok (G_1) i sastav (x_1) rastvora koji napu{ta prvi ukuva~
- toploplne snage prvog i drugog ukuva~a (Q_1, Q_2)
- ako nakon izvesnog vremena pritisak u parnom prostoru drugog ukuva~a poraste na $p_2'=0.8 \text{ bar}$ odrediti protok (G_k) i sastav (x_k) koncentrisanog rastvora u tom slu~aju

a)

$$T_{k1} = 99.64^\circ\text{C} \quad (\text{temperatura klju~anja vode za } p_1=1 \text{ bar})$$

$$T_{k2} = 85.95^\circ\text{C} \quad (\text{temperatura klju~anja vode za } p_2=0.6 \text{ bar})$$

$$r_1 = 2258 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}} \quad (\text{toploplna kondenzacija za } p_1=1 \text{ bar})$$

$$r_2 = 2293 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}} \quad (\text{toploplna kondenzacija za } p_2=0.6 \text{ bar})$$

$$\text{bilans suve materije za dvostepenu bateriju: } G_p \cdot x_p = G_k \cdot x_k \quad \Rightarrow \quad G_k =$$

$$G_p \cdot \frac{x_p}{x_k} = 3 \cdot \frac{0.1}{0.25} = 1.2 \frac{\text{kg}}{\text{s}}$$

$$\text{op{ti bilans za 1. ukuva~: } G_p = G_1 + W_1 \quad \Rightarrow \quad W_1 = G_p - G_1}$$

$$\text{op{ti bilans za 2. ukuva~: } G_1 = G_k + W_2 \quad \Rightarrow \quad W_2 = G_1 - G_k}$$

$$\text{toploplni bilans za 2. ukuva~: } W_1 \cdot r_1 = G_1 \cdot c \cdot (T_{k2} - T_{k1}) + W_2 \cdot r_2 \quad \Rightarrow$$

$$(G_p - G_1) \cdot r_1 = G_1 \cdot c \cdot (T_{k2} - T_{k1}) + (G_1 - G_k) \cdot r_2 \quad \Rightarrow$$

$$G_1 = \frac{G_p \cdot r_1 + G_k \cdot r_2}{r_1 + c \cdot (T_{k2} - T_{k1}) + r_2} = \frac{3 \cdot 2258 + 1.2 \cdot 2293}{2258 + 3 \cdot (85.95 - 99.64) + 2293} = 2.11 \frac{\text{kg}}{\text{s}}$$

$$\text{bilans suve materije za 1. ukuva~: } G_p \cdot x_p = G_1 \cdot x_1 \quad \Rightarrow$$

$$x_1 = x_p \cdot \frac{G_p}{G_1} = 0.1 \cdot \frac{3}{2.11} = 0.14$$

napomena:

$$W_1 = G_p - G_1 = 3 - 2.11 = 0.89 \frac{\text{kg}}{\text{s}}$$

$$W_2 = G_1 - G_k = 2.11 - 1.2 = 0.91 \frac{\text{kg}}{\text{s}}$$

b)

$$\text{toplotni bilans za 1. ukuva: } Q_1 = G_p \cdot c \cdot (T_{k1} - T_p) + W_1 \cdot r_1$$

$$Q_1 = 3 \cdot 3 \cdot (99.64 - 60) + 0.89 \cdot 2258 = 2366.4 \text{ kW}$$

$$\text{toplotni bilans za 2. ukuva: } Q_2 = G_1 \cdot c \cdot (T_{k2} - T_{k1}) + W_2 \cdot r_2$$

$$Q_2 = 2.11 \cdot 3 \cdot (85.85 - 99.64) + 0.91 \cdot 2293 = 2000 \text{ kW}$$

c)

analiza drugog ukuva-a u izmenjenim uslovima

$$T_{k2} = 93.52^\circ\text{C} \quad (\text{temperatura ključanja vode za } p_2=0.8 \text{ bar})$$

$$r_2 = 2273 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}} \quad (\text{toplota kondenzacije za } p_2=0.8 \text{ bar})$$

toplotni bilans za 2. ukuva-a u izmenjenim uslovima:

$$W_1 \cdot r_1 = G_1 \cdot c \cdot (T_{k2} - T_{k1}) + W_2 \cdot r_2 \quad \Rightarrow$$

$$W_2 = \frac{W_1 \cdot r_1 - G_1 \cdot c \cdot (T_{k2} - T_{k1})}{r_2} = \frac{0.89 \cdot 2258 - 2.11 \cdot 3 \cdot (93.52 - 99.64)}{2273} = 0.9 \frac{\text{kg}}{\text{s}}$$

$$\text{opći bilans za 2. ukuva: } G_1 = G_k + W_2 \quad (1)$$

$$\text{bilans suve materije za 2. ukuva: } G_1 \cdot x_1 = G_k \cdot x_k \quad (2)$$

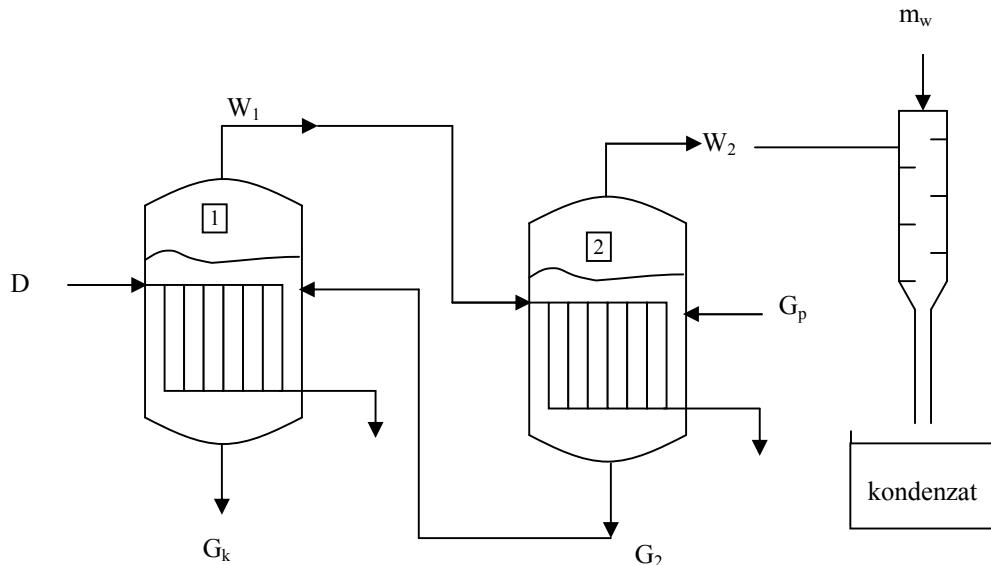
$$(1) \quad \Rightarrow \quad G_k = G_1 - W_2 = 2.11 - 0.9 = 1.21 \frac{\text{kg}}{\text{s}}$$

$$(2) \quad \Rightarrow \quad x_k = x_1 \cdot \frac{G_1}{G_k} = 0.248$$

4.10. U dvostepenoj bateriji sa suprotnosmernim tokom ukuvava se voden i rastvor, $G_p=4536 \text{ kg/h}$, temperature $T_p=38^\circ\text{C}$, od $x_p=10 \text{ mas\%}$ do $x_k=50 \text{ mas\%}$. Temperatura ključanja rastvora u ukuva-a je

iznosi $T_{k2}=54^{\circ}\text{C}$, a pritisak u parnom prostoru ukuva~a 1 iznosi 0.3 bar. Primarna para je suvozasi}ena vodena para, $T_d=100^{\circ}\text{C}$. Zanemaruju}i prehla}ivanje kondenzata para W_1 i D na izlazima iz grejnih tela odgovaraju}ih ukuva~a kao i toplotne gubitke u oba ukuva~a odrediti:

- masene protoke: rastvora iz ukuva~a 2 u ukuva~ 1 (G_2), sekundarne pare iz ukuva~a 1 (W_1) u ukuva~ 2, (kg/s)
- potro}uju primarne pare, D (kg/s)
- potro}uju vode temperature $T_{wl}=10^{\circ}\text{C}$, za kondenzaciju sekundarne pare iz ukuva~a 2 u barometarskom kondenzatoru, m_w (kg/s), ako je temperatura dobijenog kondenzata $T_{w2}=30^{\circ}\text{C}$



a)

$$T_{kl1} = 69.12^{\circ}\text{C} \quad (\text{temperatura klju~anja vode za } p_1=0.3 \text{ bar})$$

$$r_1 = 2336 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}} \quad (\text{toplota kondenzacije za } p_1=0.3 \text{ bar})$$

$$r_2 = 2373 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}} \quad (\text{toplota kondenzacije za } T_{k2}=54^{\circ}\text{C})$$

$$c_p = (1 - x_p) \cdot c_w = (1 - 0.1) \cdot 4.18 = 3.76 \frac{\text{kJ}}{\text{kgK}}$$

bilans suve materije za dvostepenu bateriju: $G_p \cdot x_p = G_k \cdot x_k \Rightarrow G_k =$

$$G_p \cdot \frac{x_p}{x_k} = 1.26 \cdot \frac{0.1}{0.5} = 0.25 \frac{\text{kg}}{\text{s}}$$

$$G_p = \frac{4536}{3600} = 1.26 \frac{\text{kg}}{\text{s}}$$

op{ti bilans za ukuva~1: $G_2 = G_k + W_1 \Rightarrow W_1 = G_2 - G_k$
op{ti bilans za ukuva~2: $G_p = G_2 + W_2 \Rightarrow W_2 = G_p - G_2$

toplotni bilans za ukuva~2: $W_1 \cdot r_1 = G_p \cdot c_p \cdot (T_{k2} - T_p) + W_2 \cdot r_2$

$$(G_2 - G_k) \cdot r_1 = G_p \cdot c_p \cdot (T_{k2} - T_p) + (G_p - G_2) \cdot r_2 \Rightarrow$$

$$G_2 = \frac{G_p \cdot c_p \cdot (T_{k2} - T_p) + G_p \cdot r_2 + G_k \cdot r_1}{r_1 + r_2} \Rightarrow$$

$$G_2 = \frac{1.26 \cdot 3.76 \cdot (54 - 69.12) + 1.26 \cdot 2373 + 0.25 \cdot 2336}{2336 + 2373} = 0.74 \frac{\text{kg}}{\text{s}}$$

$$W_1 = G_2 - G_k = 0.74 - 0.25 = 0.49 \frac{\text{kg}}{\text{s}}$$

b)

bilans suve materije za ukuva~1: $G_p \cdot x_p = G_2 \cdot x_2$

$$x_2 = \frac{G_p \cdot x_p}{G_2} = 0.17$$

$$c_2 = (1 - x_2) \cdot c_w = (1 - 0.17) \cdot 4.18 = 3.47 \frac{\text{kJ}}{\text{kgK}}$$

$$r_d = 2257 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}} \quad (\text{toplota kondenzacije za } T_d = 100^\circ\text{C})$$

toplotni bilans ukuva~1: $D \cdot r_d = G_2 \cdot c_2 \cdot (T_{k1} - T_{k2}) + W_1 \cdot r_1$

$$D = \frac{G_2 \cdot c_2 \cdot (T_{k1} - T_{k2}) + W_1 \cdot r_1}{r_d} = \frac{0.74 \cdot 3.47 \cdot (69.12 - 54) + 0.49 \cdot 2336}{2257} = 0.52 \frac{\text{kg}}{\text{s}}$$

napomena:

$$W_2 = G_p - G_2 = 0.52 \frac{\text{kg}}{\text{s}}$$

c)

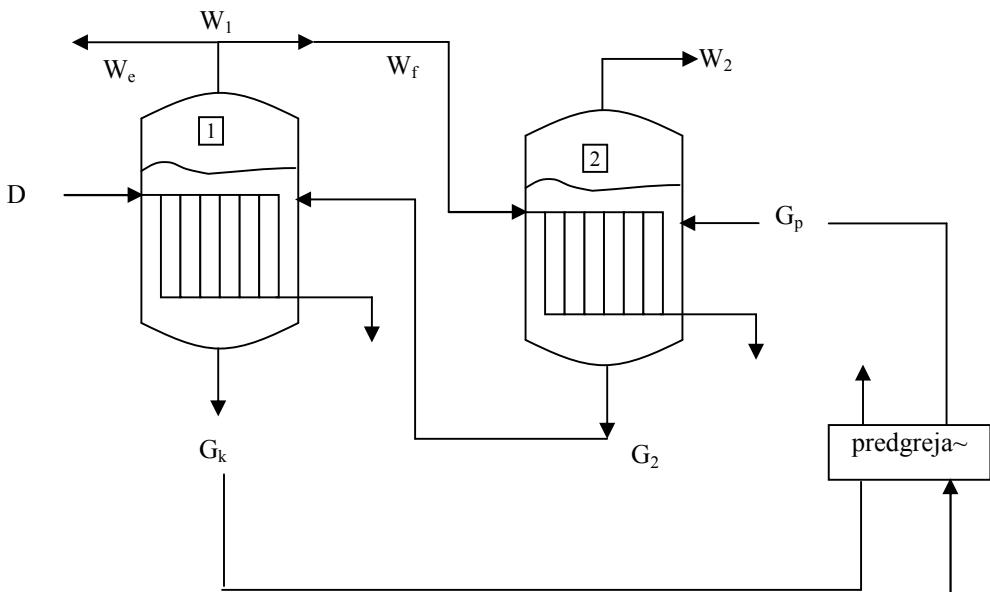
toplotni bilans barometarskog kondenzatora (razmenjiva~ toplotne sa neposrednom razmene toplotne izme|u toplijeg i hladnijeg fluida)

$$\begin{aligned}-\Delta H_{W_1} &= \Delta H_{\text{voda}} \quad \Rightarrow \quad -W_2 \cdot (c_w \cdot T_{w2} - h'') = m_w \cdot c_w \cdot (T_{w2} - T_{w1}) \\ m_w &= \frac{-W_2 \cdot (c_w \cdot T_{w2} - h'')}{c_w \cdot (T_{w2} - T_{w1})} = \frac{-0.52 \cdot (4.18 \cdot 30 - 2599)}{4.18 \cdot (30 - 10)} = 15.4 \frac{\text{kg}}{\text{s}}\end{aligned}$$

napomena: $h''' = 2599 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}}$ (entalpija zasi}ene pare na izlazu iz ukuva~a 2)

4.11. U prvi ukuva~ dvostepene ukuva~ke baterije koja radi sa suprotnosmernim tokom primarne pare i polaznog rastvora i odvo|enjem 10% sekundarne pare iz prvog ukuva~a kao ekstra pare, uvodi se iz drugog ukuva~a $G_2=500 \text{ kg/h}$ rastvora sastava $x_2=16 \text{ mas\%}$. Temperatura klju~anja u prvom ukuva~u je $T_{k1}=108^\circ\text{C}$, a u drugom ukuva~u $T_{k2}=90^\circ\text{C}$. Ukuvan rastvor iz drugog ukuva~a sastava $x_k=28 \text{ mas\%}$, specifi~ne toplte $c_k=3.35 \text{ kJ/(kgK)}$, hlađi se u predgreja~u polazne sme}e do temperature $T_3=32^\circ\text{C}$ i na taj na~in predgreva polaznu sme}u od temperature $T=20^\circ\text{C}$ do temperature T_p . Zanemaruju}i prehlađivanje kondenzata sekundarne pare prvog ukuva~a (W_1) na izlazu iz grejnog tela drugog ukuva~a kao i toplotne gubitke odrediti:

- toplotne snage prvog i drugog ukuva~a
- sastav napojne sme}e, x_p



a)

$$\text{opći bilans za 1. ukuva: } G_2 = G_k + W_1 \quad (1)$$

$$\text{bilans suve materije za 2. ukuva: } G_2 \cdot x_2 = G_k \cdot x_k \quad (2)$$

$$(2) \Rightarrow G_k = G_2 \cdot \frac{x_2}{x_k} = 500 \cdot \frac{0.16}{0.28} = 285.71 \frac{\text{kg}}{\text{h}}$$

$$(1) \Rightarrow W_1 = G_2 - G_k = 500 - 285.71 = 214.29 \frac{\text{kg}}{\text{h}}$$

$$c_2 = (1 - x_2) \cdot c_w = 3.51 \frac{\text{kJ}}{\text{kgK}}$$

$$r_1 = 2235 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}} \quad (\text{toplota kondenzacije na } T_{k1}=108^\circ\text{C})$$

$$\text{toplotski bilans za 1. ukuva: } Q_1 = G_2 \cdot c_2 \cdot (T_{k1} - T_{k2}) + W_1 \cdot r_1$$

$$Q_1 = \frac{500}{3600} \cdot 3.51 \cdot (108 - 90) + \frac{214.29}{3600} \cdot 2235 = 141.8 \text{ kW}$$

$$W_f = 0.9 \cdot W_1 \approx 0.9 \cdot 214.29 = 192.86 \frac{\text{kg}}{\text{h}}$$

$$\text{toplotski bilans za 2. ukuva: } Q_2 = W_f \cdot r_1 \approx \frac{192.86}{3600} \cdot 2235 = 119.7 \text{ kW}$$

b)

$$r_2 = 2282 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}} \quad (\text{toplota kondenzacije na } T_{k2}=90^\circ\text{C})$$

$$\text{toplotski bilans za 2. ukuva: }$$

$$Q_2 = G_p \cdot c_p \cdot (T_{k2} - T_p) + W_2 \cdot r_2 \quad (1)$$

$$\text{bilans suve materije za dvostepenu bateriju:}$$

$$G_p \cdot x_p = G_k \cdot x_k \quad (2)$$

$$\text{toplotski bilans predgreja:}$$

$$- G_k \cdot c_k \cdot (T_3 - T_{k2}) \approx G_p \cdot c_p \cdot (T_p - T) \quad (3)$$

$$\text{specifična toplota polaznog rastvora:}$$

$$c_p \approx (1 - x_p) \cdot c_w \quad (4)$$

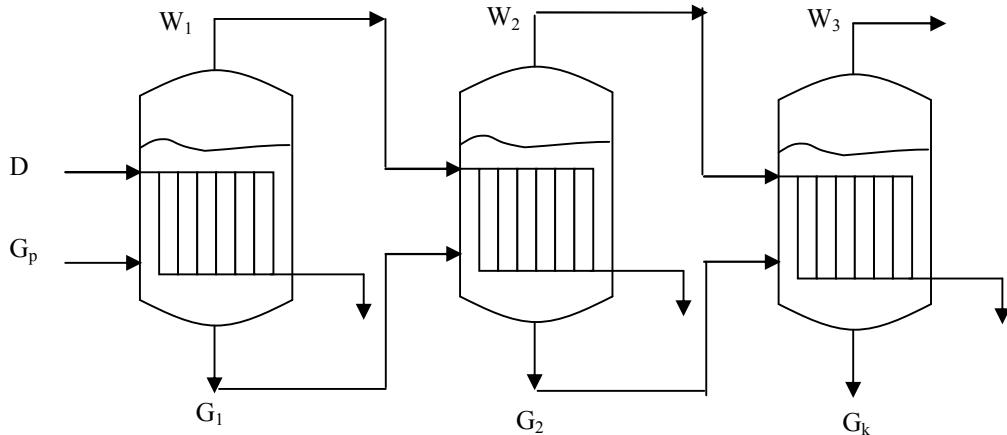
$$\text{opći bilans za drugi ukuva:}$$

$$G_p = G_2 + W_2 \quad (5)$$

Kombinovanjem jednina (1), (2), (3), (4) i (5) dobija se $x_p=0.1275$

4.12. U trostepenoj ukuva~koj bateriji sa istosmernim tokom pare i rastvora uparava se $G_p=1300 \text{ kg/h}$ vodenog rastvora koncentracije $x_p=9 \text{ mas\%}$ do koncentracije od $x_k=43 \text{ mas\%}$. Odrediti:

- koncentraciju suve materije u rastvoru koji napu{ta prvi ukuva~ (x_1), ako u svakom slede}em ukuva~u ispari 10% vode vi{e nego u prethodnom}
- temperaturu klju~anja rastvora u drugom ukuva~u (metodom probe i gre{ke}) ako je temperatura klju~anja u prvom ukuva~u 90°C



bilans suve materije za trostepenu ukuva~ku bateriju:

$$G_p \cdot x_p = G_k \cdot x_k \quad \Rightarrow \quad G_k = \frac{G_p \cdot x_p}{x_k} = \frac{1300 \cdot 0.09}{0.43} = 272.09 \frac{\text{kg}}{\text{h}}$$

op{ti bilans trostepene ukuva~ke baterije:

$$G_p = G_k + W \quad \Rightarrow \quad W = G_p - G_k = 1300 - 272.09 = 1027.91 \frac{\text{kg}}{\text{h}}$$

ukupno otparena voda (W)

$$W = W_1 + W_2 + W_3 = W_1 + 1.1 \cdot W_1 + 1.21 \cdot W_1 = 3.31 \cdot W_1 \quad \Rightarrow$$

$$W_1 = \frac{W}{3.31} = \frac{1027.91}{3.31} = 310.55 \frac{\text{kg}}{\text{h}}$$

op{ti bilans za prvi ukuva~:

$$G_p = G_1 + W_1 \quad \Rightarrow \quad G_1 = G_p - W_1 = 1300 - 310.55 = 989.45 \frac{\text{kg}}{\text{h}}$$

bilans suve materije za prvi ukuva~:

$$G_p \cdot x_p = G_1 \cdot x_1 \quad \Rightarrow \quad x_1 = \frac{G_p \cdot x_p}{G_1} = \frac{1300 \cdot 0.09}{989.45} = 0.118$$

b)

specifi~na toplota ukuvanog rastvora prvog ukuva~a (G_1)

$$c_1 = (1 - x_1) \cdot c_w = (1 - 0.118) \cdot 4.18 = 3.69 \frac{\text{kJ}}{\text{kgK}}$$

$$r_1 = 2282 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}} \quad (\text{toplota kondenzacije za } T_{k1}=90^\circ\text{C})$$

uslov zadatka: $W_2 = 1.1 \cdot W_1$

$$W_2 = 1.1 \cdot 310.55 = 341.6 \frac{\text{kg}}{\text{h}}$$

toplotski bilans drugog ukuva~a:

$$Q_2 = W_1 \cdot r_1 = \frac{310.55}{3600} \cdot 2282 = 196.85 \text{ kW}$$

toplotski bilans drugog ukuva~a:

$$Q_2 = G_1 \cdot c_1 \cdot (T_{k2} - T_{k1}) + W_2 \cdot r_2$$

pretpostavimo $T_{k2}=70^\circ\text{C} \Rightarrow r_2=2333 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}}$ (toplota kondenzacije za $T_{k1}=70^\circ\text{C}$)

$$Q_2 = \frac{989.45}{3600} \cdot 3.69 \cdot (70 - 90) + \frac{341.6}{3600} \cdot 2333 = 201.09 \text{ kW, pretpostavka neta~na}$$

pretpostavimo $T_{k2}=65^\circ\text{C} \Rightarrow r_2=2345 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}}$ (toplota kondenzacije za $T_{k1}=65^\circ\text{C}$)

$$Q_2 = \frac{989.45}{3600} \cdot 3.69 \cdot (65 - 90) + \frac{341.6}{3600} \cdot 2345 = 197.16 \text{ kW, pretpostavka ta~na}$$

Temperatura klju~anja u drugom ukuva~u iznosi 65°C .

napomena: Za temperaturu klju~anja u drugom ukuva~u uzima se 65°C , jer razlika izra~unate toplotne snage za drugi ukuva~ ($Q_2=197.16 \text{ kW}$) na osnovu pretpostavljenih vrednosti za temperaturu klju~anja (T_{k2}) je zanemarljiva u odnosu na stvarnu toplotnu snagu ukuva~a ($Q_2=196.85 \text{ kW}$)

4.13. U vi{estepenoj ukuva~koj bateriji od n ukuva~a ($n>1$) jednakih grejnih povr{ina ($A_1=A_2=\dots=A_n$) uparava se neki vodeni rastvor. Primarna para je suvozasi}ena vodena para pritiska 4 bara. Koeficijent prolaza toplote (sa grejne pare na rastvor koji se ukuvava) u prvom ukuva~u iznosi k_1 , a u svakom

sledećem od ukuva-a manji je za 25% od koeficijenta prolaza toplove u prethodnom. Srednja razlika temperatura (Δt) između grejne pare i temperature ključanja rastvora u svakom od n ukuva-a, određena je jednačinom $\Delta t = 10 + 0.75^{-(n-1)}$. Ako je topločna snaga prvog ukuva-a jednaka topločnoj snazi n-tog ukuva-a ($Q_1 = Q_n$), zanemarujući topločne gubitke kao i prehlajivanje kondenzata primarne pare (D) i para (W_1, W_2, \dots, W_n) odrediti:

- a) broj ukuva-a u višestepenoj bateriji
- b) temperaturu ključanja rastvora u n-6. ukuva-u
- c) koji od n ukuva-a ima minimalnu topločnu snagu

a)

$$k_1 = k_1$$

$$k_2 = 0.75^1 \cdot k_1$$

$$k_3 = 0.75^2 \cdot k_1$$

.....

$$k_n = 0.75^{n-1} \cdot k_1 \quad \text{ovaj izraz važi za svaki od n ukuva-a}$$

$$Q_1 = k_1 \cdot [10 + 0.75^{-(1-1)}] \cdot A_1$$

$$Q_2 = k_2 \cdot [10 + 0.75^{-(2-1)}] \cdot A_2$$

$$Q_3 = k_3 \cdot [10 + 0.75^{-(3-1)}] \cdot A_3$$

.....

$$Q_n = k_n \cdot [10 + 0.75^{-(n-1)}] \cdot A_n \quad \text{ovaj izraz važi za svaki od n ukuva-a}$$

$$\text{uslov zadatka: } Q_1 = Q_n \Rightarrow k_1 \cdot 11 \cdot A_1 = 0.75^{n-1} \cdot k_1 \cdot [10 + 0.75^{-(n-1)}] \cdot A_n$$

uvodenjem smene $u = 0.75^{n-1}$ prethodna jednačina svodi se na kvadratnu:

$$10 \cdot u^2 - 11 \cdot u + 1 = 0 \quad \text{odakle rešavanjem dobijamo } u_1=1 \text{ i } u_2=0.1$$

$$\text{vraćanjem u smenu dobija se } n = 1 + \frac{\ln u}{\ln 0.75}$$

za $u_1=1$ dobija se $n=1$ (to je nemoguće $(n>1)$)

za $u_2=0.1$ dobija se $n=9$ (to je i broj ukuva-a u višestepenoj bateriji)

b)

$$T_d = 143.62^\circ C \quad (\text{temperatura kondenzacije primarne pare na } p=4 \text{ bar})$$

$$\Delta T_1 = 10 + 0.75^{-2(1-1)} = 11^\circ C \quad T_{k1} = T_d - 11 = 132.62^\circ C$$

$$\Delta T_2 = 10 + 0.75^{-2(2-1)} = 11.78^\circ C \quad T_{k2} = T_{k1} - 11.78 = 120.84^\circ C$$

$$\Delta T_3 = 10 + 0.75^{-2(3-1)} = 13.16^\circ C \quad T_{k3} = T_{k2} - 13.16 = 107.70^\circ C$$

c)

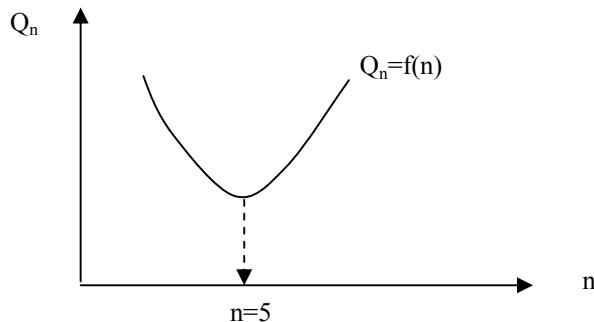
Problem se svodi na nalačenje vrednosti argumenta funkcije $Q_n = f(n)$, pri kojoj funkcija ima minimalnu vrednost.

$$Q_n = 0.75^{n-1} \cdot k_1 \cdot [10 + 0.75^{-2(n-1)}] \cdot A_n$$

$$\frac{\partial Q_n}{\partial n} = k_1 \cdot 0.75^{n-1} (10 - 0.75^{-2(n-1)})$$

$$\frac{\partial Q_n}{\partial n} = 0 \quad \Leftrightarrow \quad 10 - 0.75^{-2(n-1)} = 0 \quad \Rightarrow$$

$$n = \frac{\ln 10}{-2 \ln 0.75} + 1 = 5 \quad \text{Peti ukuva~ima minimalnu toplotnu snagu}$$



4.14. Vodeni rastvor KCl ($G_p=1000 \text{ kg/h}$, $T_p=20^\circ C$, $x_p=5.32 \text{ mas\%}$) se koncentriše pod atmosferskim pritiskom ($p_{atm}=101.3 \text{ kPa}$) u jednostepenoj ukuva~koj stanici do $x_k=26.6 \text{ mas\%}$. Za

zagrevanje se koristi suvozasi}ena vodena para temperature $T_d=120^\circ\text{C}$. Koeficijent prolaza toplove sa grejne pare na rastvor koji se ukuvava iznosi $k=1317 \text{ W}/(\text{m}^2\text{K})$. Temperaturska depresija rastvora pri radnim uslovima iznosi $\Delta T_{tpd}=4^\circ\text{C}$, a povr{enje temperature klju~anja usled hidrostati~kog efekta iznosi $\Delta T_{hsd}=1^\circ\text{C}$. Odrediti:

- a) toplotnu snagu ukuva~a
- b) grejnu povr{inu ukuva~a

a)

$$c_p = (1 - x_p) \cdot c_w = (1 - 0.052) \cdot 4.18 = 3.96 \frac{\text{kJ}}{\text{kgK}}$$

$$(T_{kw})_{p=1 \text{ bar}} = 100^\circ\text{C}$$

$$(T_{kr})_{p=1 \text{ bar}} = (T_{kw})_{p=1 \text{ bar}} + \Delta T_{hsd} + \Delta T_{tpd} = 100 + 4 + 1 = 105^\circ\text{C}$$

$$h' = 440.2 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}} \quad \text{entalpija klju~ale vode na } T_{kr}=105^\circ\text{C}$$

$$h_{pp} = 2686.25 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}} \quad \text{entalpija pregrejane pare na } p=1 \text{ bar, } T_{kr}=105^\circ\text{C}$$

$$\text{op{ti bilans ukuva~a: } } G_p = G_k + W \quad (1)$$

$$\text{bilans suve materije: } G_p \cdot x_p = G_k \cdot x_k \quad (2)$$

$$(2) \Rightarrow G_k = G_p \cdot \frac{x_p}{x_k} = 1000 \cdot \frac{0.0532}{0.266} = 200 \frac{\text{kg}}{\text{h}}$$

$$(1) \Rightarrow W = G_p - G_k = 1000 - 200 = 800 \frac{\text{kg}}{\text{h}}$$

$$\text{toplotni bilans ukuva~a: } Q_{uku} = G_p \cdot c_p \cdot (T_{kr} - T_p) + W \cdot (h_{pp} - h')$$

$$Q_{uku} = \frac{1000}{3600} \cdot 3.96 \cdot (105 - 20) + \frac{800}{3600} \cdot (2686.25 - 440.2) = 592.62 \text{ kW}$$

b)

$$\text{toplotni bilans ukuva~a: } Q_{uku} = k \cdot (T_D - T_{kr}) \cdot A$$

$$A = \frac{Q_{uku}}{k \cdot (T_D - T_{kr})} = \frac{592.62}{1317 \cdot 10^{-3} \cdot (120 - 105)} = 30 \text{ m}^2$$

4.15. U ukuva~ sa sistemom rekompresije sekundarne pare uvodi se voden rastvor CaCl_2 ($G_p=550 \text{ kg/h}$, $x_p=8\%$, $t_p=20^\circ\text{C}$, $c_p=3.85 \text{ kJ/kgK}$). Koncentracija suve materije u ukuvanom rastvoru iznosi $x_k=46\%$. Sekundarna para se, po izlasku iz ukuva~a, komprimuje izentropski od $p_1=1 \text{ bar}$ do $p_2=2.4 \text{ bar}$ i nakon me~anja sa sve~om parom (suva para $p=2.4 \text{ bar}$) vra~a u ukuva~ kao grejni medijum (slika kao u zadatku 4.4.). Toplotni gubici u oklinu iznose 5% od zbir toplice potrebne za zagrevanje rastvora do temperature klju~anja i isparavanja vode. Ako se povidi enje temperature klju~anja usled hidrostatiskog efekta mo~e zanemariti, a temperaturske depresije iznosi $\Delta T_{\text{tpd}}=25^\circ\text{C}$ i prepostavljuj da kondenzat izlazi iz grejnog tela neprehladen odrediti:

- toplotnu snagu ukuva~a
- potro~nju sve~e pare (kg/h)
- teorijsku snagu motora za pogon kompresora (kW)

a)

$$\text{op{ti bilans ukuva~a: } } G_p = G_k + W \quad (1)$$

$$\text{bilans suve materije: } G_p \cdot x_p = G_k \cdot x_k \quad (2)$$

$$(2) \Rightarrow G_k = G_p \cdot \frac{x_p}{x_k} = 550 \cdot \frac{0.08}{0.46} = 95.65 \frac{\text{kg}}{\text{h}}$$

$$(1) \Rightarrow W = G_p - G_k = 550 - 95.65 = 454.35 \frac{\text{kg}}{\text{h}}$$

$$(T_{kw})_{p=1 \text{ bar}} = 100^\circ\text{C}$$

$$(T_{kr})_{p=1 \text{ bar}} = (T_{kw})_{p=1 \text{ bar}} + \Delta T_{\text{hpd}} + \Delta T_{\text{tpd}} = 100 + 25 = 125^\circ\text{C}$$

$$h' = 525.0 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}} \quad \text{entalpija klju~ale vode na } T_{kr}=125^\circ\text{C}$$

$$h_{pp} = 2727 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}} \quad \text{entalpija pregrejane pare na } p=1 \text{ bar, } T_{kr}=125^\circ\text{C}$$

$$\text{toplotni bilans ukuva~a: } Q_{\text{uku}} = 1.05 \cdot [G_p \cdot c_p \cdot (T_{kr} - T_p) + W \cdot (h_{pp} - h')]$$

$$Q_{\text{uku}} = 1.05 \cdot \left[\frac{550}{3600} \cdot 3.96 \cdot (125 - 20) + \frac{454.35}{3600} \cdot (2727 - 525) \right] = 358.51 \text{ kW}$$

b)

$$\text{toplotni bilans ukuva~a: } Q_{\text{uku}} = (D + W) \cdot (h_4 - h_5) \quad (1)$$

toplotni bilans procesa me{anja sekundarne pare W i primarne pare D

$$-\Delta H_W = \Delta H_D \Rightarrow -W \cdot (h_4 - h_2) = D \cdot (h_4 - h_3) \quad (2)$$

kombinovanjem jedna~ina (1) i (2), sistem 2 jedna~ine sa 2 nepoznate

$$\text{dobija se: } D = 99.74 \frac{\text{kg}}{\text{h}} \quad h_4 = 2859.09 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}}$$

napomena:

$$h_3 = h'' = 2715 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}} \quad (\text{suva para } p=2.4 \text{ bar})$$

$$h_2 = h_{\text{pp}} = 2890.7 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}} \quad (\text{pregrejana para } p=2.4 \text{ bar}, s_4=s_1=7.49 \frac{\text{kJ}}{\text{kgK}})$$

$$s_1 = s_{\text{pp}} = 7.49 \frac{\text{kJ}}{\text{kgK}} \quad (\text{pregrejana para } p=1 \text{ bar}, T_{\text{kr}}=125^\circ\text{C})$$

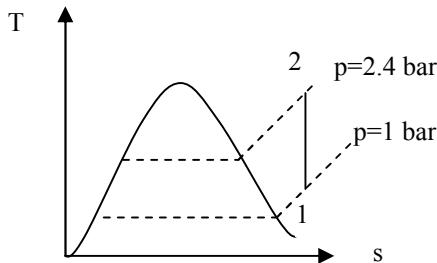
$$h_5 = h' = 529.8 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}} \quad (\text{klju~ala voda } p=2.4 \text{ bar})$$

c)

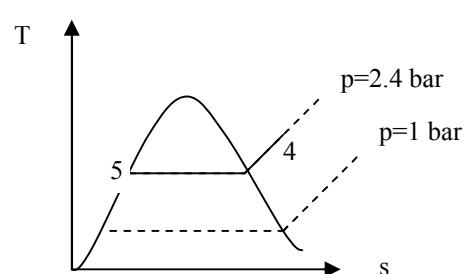
$$N_h = W \cdot (h_1 - h_2) = -20.66 \text{ kW}$$

$$h_1 = h_{\text{pp}} = 2727 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}} \quad (\text{pregrejana para } p=1 \text{ bar}, T_{\text{kr}}=125^\circ\text{C})$$

napomena:



promena stanja pare (W)
u kompresoru



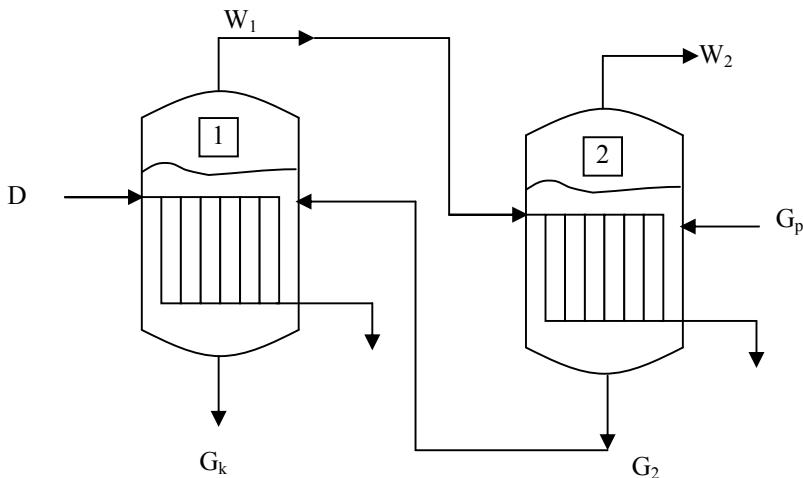
promena stanja pare (W+D)
u grejnom telu ukuva~a

4.16. Dvostepena ukuva~ka baterija sa suprotnosmernim tokom polaznog rastvora i primarne pare se upotrebljava za koncentrisanje $G_p=1.26 \text{ kg/s}$ vodenog rastvora koncentracije $x_p=10 \text{ mas\%}$ do

konzentracije od $x_k = 50\%$. Polazni rastvor ulazi u drugi ukuva~ na temperaturi $T_p = 37.8^\circ\text{C}$. Pritisici u parnom prostoru prvog i drugog ukuva~a redom iznose $p_1 = 0.5 \text{ bar}$ i $p_2 = 0.1 \text{ bar}$, koeficijenti prolaza toplote sa grejne para na rastvor koji se ukuvava u prvom i drugom ukuva~u redom iznose $k_1 = 2300 \text{ W}/(\text{m}^2\text{K})$ i $k_2 = 1700 \text{ W}/(\text{m}^2\text{K})$, temperaturske depresije u prvom i drugom ukuva~u redom iznose $\Delta T_{tpd1} = 8.65^\circ\text{C}$ i $\Delta T_{tpd2} = 4.16^\circ\text{C}$. Grejne povr{ine oba ukuva~a su iste. Ako se specifi~na toploplota rastvora određuju iz izraza: $c = 4.19 - 2.35 \cdot x$, gde je x maseni udeo suve materije u odgovaraju}em rastvoru, zanemaruju}i povi~enje temperature klju~anja usled hidrostati~kog efekta, odrediti:

- povr{ine grejnih tela oba ukuva~a
- potro{nju primarne pare u prvom ukuva~u (smatrati da je primarna para na ulazu u grejno telo ukuva~a suvozasi}ena i zanemariti prehlađivanje kondenzata primarne pare na izlazu iz grejnog tela prvog ukuva~a)

a)



prvi ukuva~:

$$(T_{kw})_{p=0.5 \text{ bar}} = 81.35^\circ\text{C}$$

$$(T_{kr})_{p=0.5 \text{ bar}} = (T_{kw})_{p=0.5 \text{ bar}} + \Delta T_{nsd} + (\Delta T_{tpd})_1 = 81.35 + 8.65 = 90^\circ\text{C}$$

$$h' = 377.0 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}} \quad \text{entalpija klju~ale vode na } T_{kr} = 90^\circ\text{C}$$

$$h_{pp} = 2663 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}} \quad \text{entalpija pregrejane pare na } p=0.5 \text{ bar, } T_{kr}=90^\circ\text{C}$$

drugi ukuva~:

$$(T_{kw})_{p=0.1 \text{ bar}} = 45.84^\circ C$$

$$(T_{kr})_{p=0.1 \text{ bar}} = (T_{kw})_{p=0.1 \text{ bar}} + \Delta T_{bsd} + (\Delta T_{tpd})_2 = 45.84 + 4.16 = 50^\circ C$$

$$h' = 230.5 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}} \quad \text{entalpija klju~ale vode na } T_{kr}=50^\circ C$$

$$h_{pp} = 2590 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}} \quad \text{entalpija pregrejane pare na } p=0.1 \text{ bar, } T_{kr}=50^\circ C$$

$$c_p = (1 - x_p) \cdot c_w = (1 - 0.1) \cdot 4.18 = 3.76 \frac{\text{kJ}}{\text{kgK}}$$

bilans suve materije za dvostepenu ukuva~ku bateriju:

$$G_p \cdot x_p = G_k \cdot x_k \Rightarrow G_k = \frac{G_p \cdot x_p}{x_k} = \frac{1.26 \cdot 0.1}{0.5} = 0.252 \frac{\text{kg}}{\text{s}}$$

op{ti bilans trostepene ukuva~ke baterije:

$$G_p = G_k + W_1 + W_2 \Rightarrow W_1 = G_p - G_k - W_2$$

toplotni bilans za drugi ukuva~:

$$Q_2 = W_1 \cdot (h_{pp} - h')_{1.\text{ukuva~}} = G_p \cdot c_p \cdot (T_{kr2} - T_p) + W_2 \cdot (h_{pp} - h')_{2.\text{ukuva~}}$$

$$(G_p - G_k - W_2) \cdot (h_{pp} - h')_{1.\text{ukuva~}} = G_p \cdot c_p \cdot (T_{kr2} - T_p) + W_2 \cdot (h_{pp} - h')_{2.\text{ukuva~}}$$

$$W_2 = \frac{(G_p - G_k) \cdot (h_{pp} - h')_{1.\text{ukuva~}} - G_p \cdot c_p \cdot (T_{kr2} - T_p)}{(h_{pp} - h')_{1.\text{ukuva~}} + (h_{pp} - h')_{2.\text{ukuva~}}}$$

$$W_2 = \frac{(1.26 - 0.252) \cdot (2663 - 377) - 1.26 \cdot 3.76 \cdot (50 - 38)}{(2663 - 377) + (2590 - 230.5)} = 0.484 \frac{\text{kg}}{\text{s}}$$

op{ti bilans drugog ukuva~a:

$$G_p = G_2 + W_2 \Rightarrow G_2 = G_p - W_2 = 1.26 - 0.484 = 0.776 \frac{\text{kg}}{\text{s}}$$

op{ti bilans prvog ukuva~a:

$$G_2 = G_k + W_1 \quad \Rightarrow \quad W_1 = G_2 - G_k = 0.78 - 0.252 = 0.528 \frac{\text{kg}}{\text{s}}$$

toplotni bilans za drugi ukuva~:

$$Q_2 = W_1 \cdot |h_{pp} - h'|_{1.\text{ukuva~}} = 0.528 \cdot (2663 - 377) = 1207 \text{ kW}$$

toplotni bilans za drugi ukuva~:

$$Q_2 = k_2 \cdot (T_{kr1} - T_{kr2}) \cdot A_2 \quad A_2 = \frac{Q_2}{k_2 \cdot (T_{kr1} - T_{kr2})} = \frac{1207}{1.7 \cdot (90 - 50)} = 17.75 \text{ m}^2$$

$$A_1 = A_2 = 17.75 \text{ m}^2$$

b)

bilans suve materije za drugi ukuva~:

$$G_p \cdot x_p = G_2 \cdot x_2 \quad \Rightarrow \quad x_2 = \frac{G_p \cdot x_p}{G_2} = \frac{1.26 \cdot 0.1}{0.776} = 0.16$$

$$c_2 = (1 - x_2) \cdot c_w = (1 - 0.16) \cdot 4.18 = 3.51 \frac{\text{kJ}}{\text{kgK}}$$

toplotni bilans za prvi ukuva~:

$$Q_1 = G_2 \cdot c_2 \cdot (T_{kr1} - T_{kr2}) + W_1 \cdot (h_{pp} - h')_{1.\text{ukuva~}}$$

$$Q_1 = 0.776 \cdot 3.51 \cdot (90 - 50) + 0.528 \cdot (2663 - 377) = 1316 \text{ kW}$$

toplotni bilans za prvi ukuva~:

$$Q_1 = k_1 \cdot (T_d - T_{kr1}) \cdot A_1 \quad \Rightarrow \quad T_d = T_{kr1} + \frac{Q_1}{k_1 \cdot A_1} = 90 + \frac{1316}{2.3 \cdot 17.75} = 122.2^\circ\text{C}$$

$$r_d = 2196 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}} \quad \text{toplota kondenzacije primarne pare na } T_d = 122.2^\circ\text{C}$$

toplotni bilans za prvi ukuva~:

$$Q_1 = D \cdot r_d \quad \Rightarrow \quad D = \frac{Q_1}{r_d} = \frac{1316}{2196} = 0.6 \frac{\text{kg}}{\text{s}}$$

4.17. U vakum ukuva~ ulazi $G_p=10 \text{ t/h}$ vodenog rastvora NH_4NO_3 koncentracije $x_p=0.08$ i temperature $T_p=74^\circ\text{C}$. Koncentracija ukuvanog rastvora je $x_k=0.425$. Pritisak u srednjem sloju klju~alog rastvora iznosi $p_{sr}=40 \text{ kPa}$, a temperatura grejne pare $T_d=120^\circ\text{C}$. Toplotni gubici su 3% od korisno prenete toploće sa pare na rastvor, a koeficijent prolaza toploće kroz grejnu povr{inu iznosi $k=950 \text{ W}/(\text{m}^2\text{K})$. Ako je povi{enje temperature klju~anja usled hidrostatika~kog efekta $\Delta T_{hsd}=6.76^\circ\text{C}$ (hidrostatika~ka depresija), a temperaturska depresija rastvora pri $p=1 \text{ bar}$ iznosi $(\Delta T_{tpd})_{p=1 \text{ bar}}=7^\circ\text{C}$ odrediti:

- a) toplotnu snagu ukuva~a
- b) grejnu povr{inu ukuva~a
- c) maseni protok grejne pare, ako je grejna para na ulazu u grejno telo ukuva~a vla`na para stepena suvo{e $x=0.95$, a na izlazu iz grejnog tela klju~ala voda $x=0$
- d) pritisak u barometarskom kondenzatoru sekundarne pare, ako je pad temperature sekundarne pare u odlaze{em cevovodu (ka barometarskom kondenzatoru) $\Delta T_{hdd}=1.44^\circ\text{C}$ (hidrodinami~ka depresija)

a)

$$\text{op{ti bilans ukuva~a: } } G_p = G_k + W \quad (1)$$

$$\text{bilans suve materije: } G_p \cdot x_p = G_k \cdot x_k \quad (2)$$

$$(2) \Rightarrow G_k = G_p \cdot \frac{x_p}{x_k} = 10 \cdot \frac{0.08}{0.46} = 1.74 \frac{\text{t}}{\text{h}}$$

$$(1) \Rightarrow W = G_p - G_k = 10 - 1.74 = 8.26 \frac{\text{t}}{\text{h}}$$

odre|ivanje pritiska u parnom prostoru ukuva~a:

$$\Delta T_{hsd} = (T_{kw})_{psr} - (T_{kw})_p \Rightarrow (T_{kw})_p = (T_{kw})_{psr} - \Delta T_{hsd} \Rightarrow$$

$$(T_{kw})_p = 75.88 - 6.76 = 81.35^\circ\text{C} \Rightarrow p = (p_{kw})_{t=81.35^\circ\text{C}} = 0.3 \text{ bar}$$

odre|ivanje temperaturske depresije na pritisku srednjeg sloja $p_{sr}=0.4 \text{ bar}$

$$(\Delta T_{tpd})_{p=1 \text{ bar}} = 7^\circ\text{C} \quad \text{tabela u prilogu za } x_k = 0.425$$

$$(\Delta T_{tpd})_{p=0.4 \text{ bar}} = (\Delta T_{tpd})_{p=1 \text{ bar}} \cdot \frac{(r)_{p \geq 1 \text{ bar}}}{(r)_{p=0.4 \text{ bar}}} \cdot \frac{[(T_{kw})_{p=0.4 \text{ bar}}]^2}{[(T_{kw})_{p=1 \text{ bar}}]^2}$$

$$(\Delta T_{tpd})_{p=0.4 \text{ bar}} = 7 \cdot \frac{2258}{2318} \cdot \left(\frac{348.9}{373} \right)^2 = 5.96 \text{ K}$$

odre|ivanje temperature klju~anja rastvora na pritisku srednjeg sloja $p_{sr}=0.4 \text{ bar}$

$$(T_{kr})_{psr} = (T_{kw})_{psr} + (\Delta T_{tpd})_{p=0.4 \text{ bar}} = 75.88 + 5.96 = 81.84^\circ\text{C}$$

$$h' = 342.7 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}}$$

entalpija ključale vode na $T_{kr} = 81.84^\circ\text{C}$

$$h_{pp} = 2640 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}}$$

entalpija pregrejane pare na $p=0.3$ bar, $T_{kr} = 81.84^\circ\text{C}$

$$c_p = (1 - x_p) \cdot c_w = (1 - 0.08) \cdot 4.18 = 3.8 \frac{\text{kJ}}{\text{kgK}}$$

$$\text{toplotni bilans ukuva-a: } Q_{uku} = 1.05 \cdot [G_p \cdot c_p \cdot (T_{kr} - T_p) + W \cdot (h_{pp} - h')]$$

$$Q_{uku} = 1.03 \cdot \left[\frac{10 \cdot 10^3}{3600} \cdot 3.85 \cdot (81.84 - 74) + \frac{8.26 \cdot 10^3}{3600} \cdot (2640 - 324.7) \right] = 5558 \text{ kW}$$

b)

$$\text{toplotni bilans ukuva-a: } Q_{uku} = k \cdot (T_D - T_{kr}) \cdot A$$

$$A = \frac{Q_{uku}}{k \cdot (T_D - T_{kr})} = \frac{5558}{950 \cdot 10^{-3} \cdot (120 - 81.84)} = 153.3 \text{ m}^2$$

c)

$$r_d = 2202 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}} \quad \text{toplota kondenzacije grejne pare na } T_d = 120^\circ\text{C}$$

$$\text{toplotni bilans ukuva-a: } Q_{uku} = D \cdot r_d \cdot x$$

$$D = \frac{Q_{uku}}{r_d \cdot x} = \frac{5558}{2202 \cdot 0.95} = 2.66 \frac{\text{kg}}{\text{s}}$$

d)

$$T_{bk} = T_{kr} - \Delta T_{hdd} = 81.84 - 1.44 = 80^\circ\text{C}$$

$$p_{bk} = (p_{kw})_{t=80^\circ\text{C}} = 0.4736 \text{ bar}$$

T_{bk} - temperatura sekundarne pare na ulazu u barometarski kondenzator

p_{bk} - pritisak sekundarne pare na ulazu u barometarski kondenzator

4.18. Voden rastvor K_2CO_3 se koncentrije u ukuva od $x_p=10$ mas% do $x_k=50$ mas%. Apsolutni pritisak u barometarskom kondenzatoru iznosi $p_{bk}=0.2$ bar, hidrodinamička depresija iznosi $\Delta T_{hdd}=1.1^\circ C$, hidrostaticka depresija iznosi $\Delta T_{hsd}=5.2^\circ C$. Različite temperature grejne pare i temperature ključanja rastvora iznosi $T_d = T_{kr} = 30^\circ C$. Temperatura ključanja rastvora na $p=1$ bar iznosi $115^\circ C$. Odrediti:

- kolici formirane sekundarne pare kg pare/ kg polaznog rastvora
- pritisak grejne pare (suvo zasićena para).

a)

$$\text{opći bilans ukuva-a: } G_p = G_k + W \quad (1)$$

$$\text{bilans suve materije: } G_p \cdot x_p = G_k \cdot x_k \quad (2)$$

$$\text{kombinovanjem jednačina (1) i (2): } \frac{W}{G_p} = 1 - \frac{x_p}{x_k} = 1 - \frac{0.1}{0.5} = 0.8 \frac{\text{kgW}}{\text{kg}G_p}$$

b)

$$T_{bk} = (T_{kw})_{p_{bk}=0.2 \text{ bar}} = 60.08^\circ C$$

$$(T_{kw})_{p=?} = (T_{kw})_{p_{bk}=0.2 \text{ bar}} + \Delta T_{hdd} = 61.18^\circ C$$

$$(T_{kw})_{psr} = (T_{kw})_p + \Delta T_{hsd} = 58.9 + 5.2 = 66.38^\circ C$$

$$p_{sr} = (p_{kw})_{t=66.38^\circ C} = 0.2671 \text{ bar}$$

određivanje temperature ključanja rastvora na pritisku srednjeg sloja $p_{sr}=0.2671$ bar

$$(p_{kw})_{T_{kr}=?} = p_{sr} \cdot (p_{kw})_{T=115^\circ C} = 0.2671 \cdot 1.6905 = 0.45 \text{ bar}$$

$$(T_{kr})_{psr} = (T_{kw})_{p=0.45 \text{ bar}} = 78.61^\circ C$$

određivanje temperature i pritiska grejne pare

$$T_d = T_{kr} + 30 = 78.61 + 30 = 108.61^\circ C$$

$$p_d = (p_{kw})_{t=108.61^\circ C} = 1.37 \text{ bar}$$

napomena: Uočiti da je u ovom zadatku za određivanje temperature ključanja rastvora na $p \neq p_{atm}$, korišteno Babovo pravilo za razliku od prethodnog primera kada je korištena formula T_i enka. Različite metode su korištenе jedino iz edukativnih razloga. Oba slučaja se mogu rešiti na oba načina.

4.19. Odrediti maksimalan broj ukuva~a u vi{estepenoj bateriji ako je

- pritisak grejne pare u prvom ukuva~u: $p_d = 3.4 \text{ bar}$
- pritisak u barometarskom kondenzatoru: $p_{bk} = 0.2 \text{ bar}$
- zbir temperaturskih gubitaka u svim ukuva~ima zajedno: $\Delta T_g = 37.78^\circ\text{C}$
- korisna razlika temperatura u svakom ukuva~u pojedina~no: $\Delta T_k \geq 8^\circ\text{C}$

$$T_d = 137.86^\circ\text{C} \quad \text{temperatura kondenzacije na } p_d = 3.4 \text{ bar}$$

$$T_{bk} = 60.08^\circ\text{C} \quad \text{temperatura kondenzacije na } p_d = 0.2 \text{ bar}$$

$$\Delta T_{\text{ukupno}} = T_d - T_{bk} = 137.86 - 60.08 = 77.78^\circ\text{C}$$

$$\Delta T_{\text{ukupno}} \geq n \cdot \Delta T_k + \Delta T_g \quad n \leq \frac{\Delta T_{\text{ukupno}} - \Delta T_g}{\Delta T_k} = \frac{77.78 - 37.78}{8} = 5$$

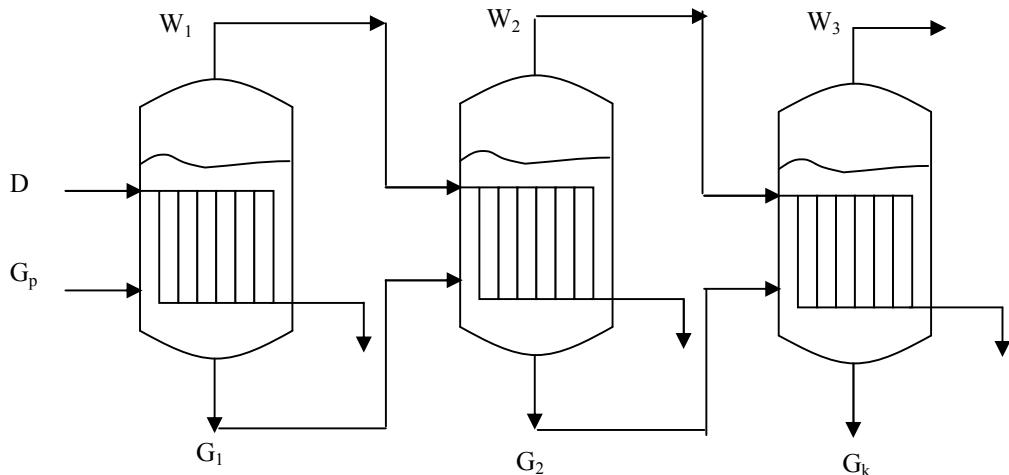
Maksimalan broj ukuva~a u vi{estepenoj bateriji za navedene uslove je 5.

zadatak za ve`banje 4.20.

4.20. U trostepenoj ukuva~koj bateriji koncentri{e se voden rastvor ($G_p=3 \text{ t/h}$, $x_p=0.05$, $c_p=4 \text{ kJ/(kgK)}$, $T_p=90^\circ\text{C}$) do $x_k=0.3$. Prvi ukuva~ zagreva se zasi}enom vodenom parom $p=2 \text{ bar}$, ~ije se prehlaivanje na izlazu iz grejnog tela mo`e zanemariti. Pritisak u parnom prostoru prvog ukuva~a iznosi $p_1=1 \text{ bar}$, a zbir temperaturske i hidrostatici~ne depresije u prvom ukuva~u iznosi

$\Delta T_{tpd} + \Delta T_{hsd} = 10^\circ\text{C}$. Ako va`i Hausbrand-ov odnos (u svakom slede}em ukuva~u isparava 10% vi{e pare nego u prethodnom) odrediti:

- koncentraciju suve materije u ukovanom rastvoru na izlazu iz prve i druge baterije
- potro{nu primarnu pare ”

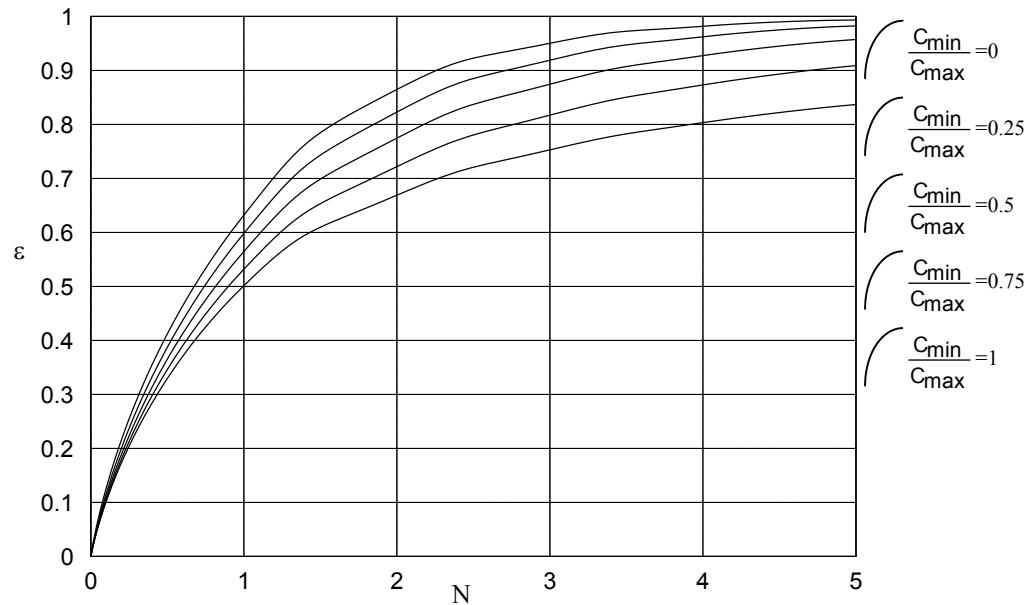


re{enje:

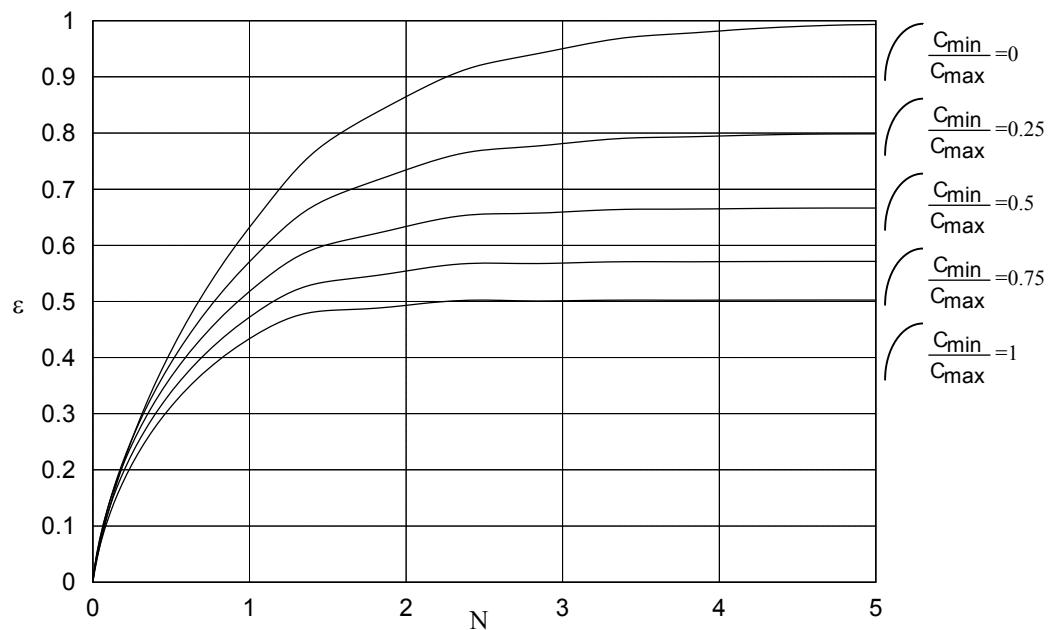
- $x_1 = 6.78 \text{ mas\%}$ $x_2 = 10.76 \text{ mas\%}$
 - $D = 0.24 \text{ kg/s}$
- z

PRILOG

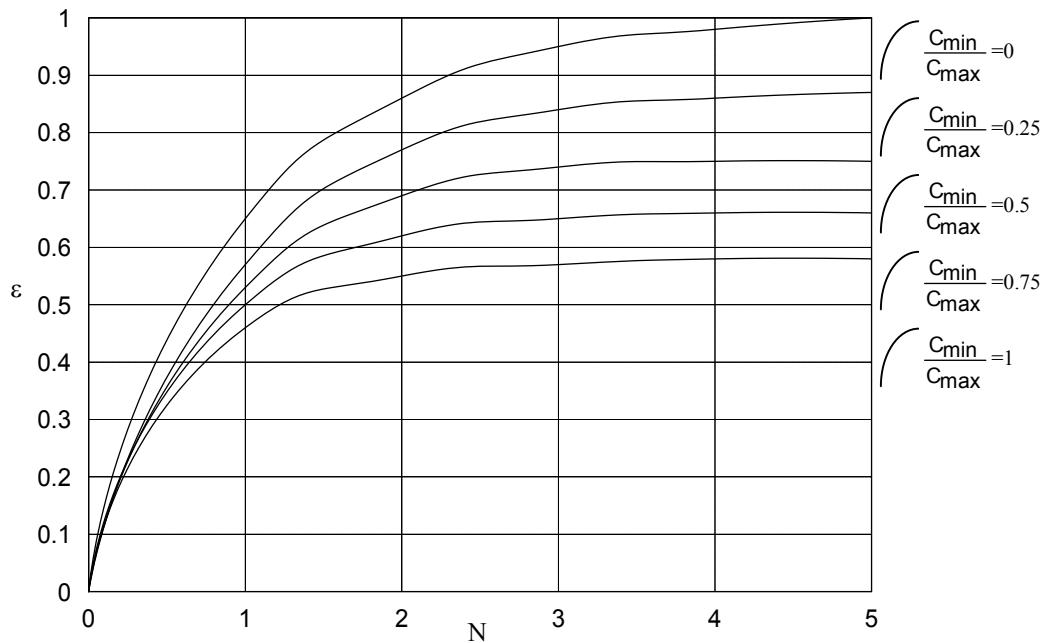
dijagram 1: efikasnost protivstrujnog razmenjiva~a toplote, $\varepsilon = f(N, C_{\min}/C_{\max})$



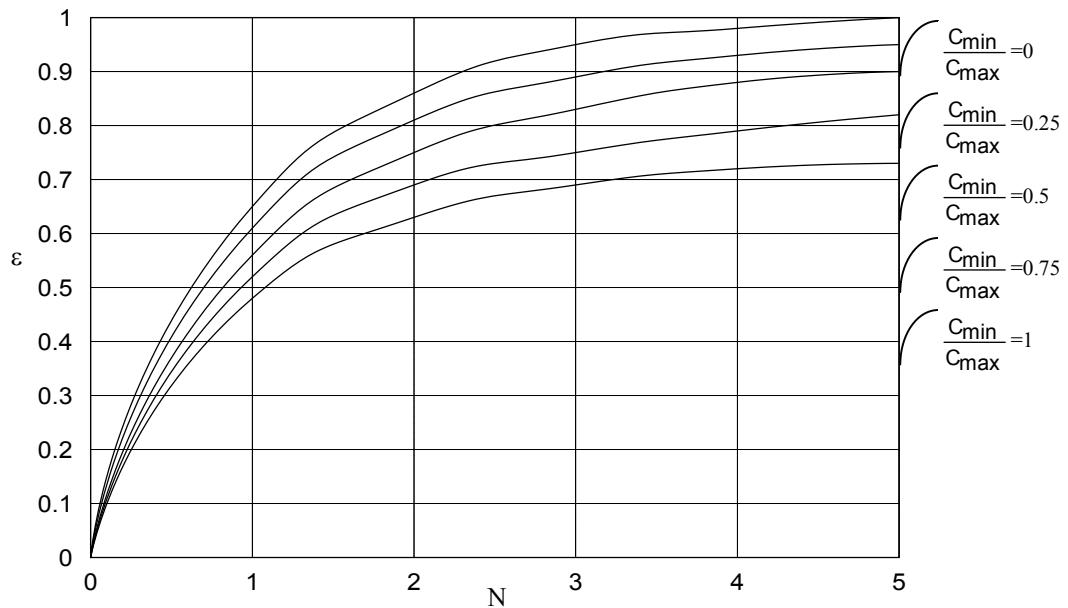
dijagram 2: efikasnost istostrujnog razmenjiva~a toplote, $\varepsilon = f(N, C_{\min}/C_{\max})$



dijagram 3: efikasnost 1-2 (1-4, 1-6 itd.) razmenjiva~a toplove, $\varepsilon = f(N, C_{\min}/C_{\max})$

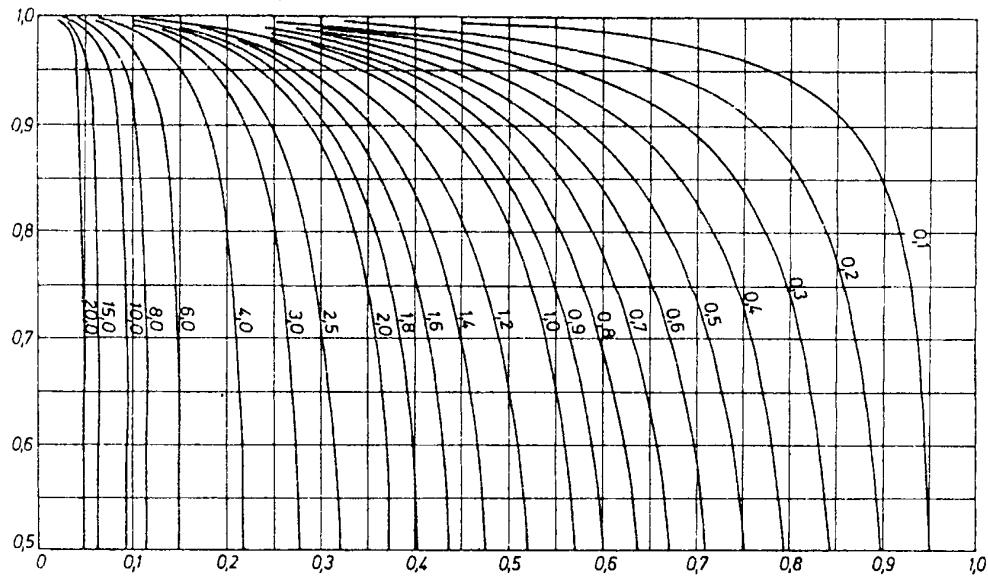


dijagram 4: efikasnost 2-4 (2-8, 2-12 itd.) razmenjiva~a toplove, $\varepsilon = f(N, C_{\min}/C_{\max})$

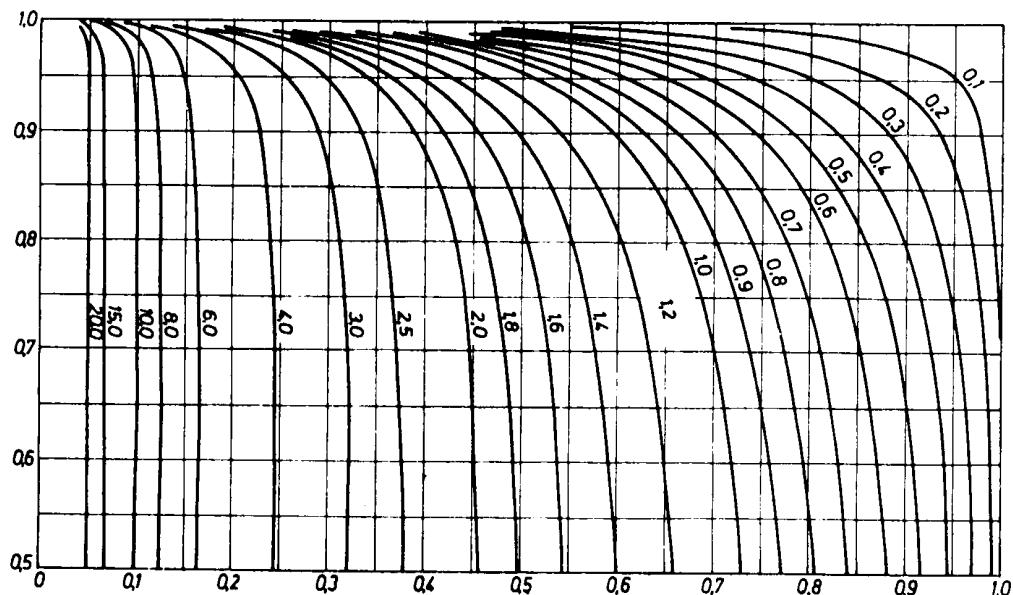


PRILOG

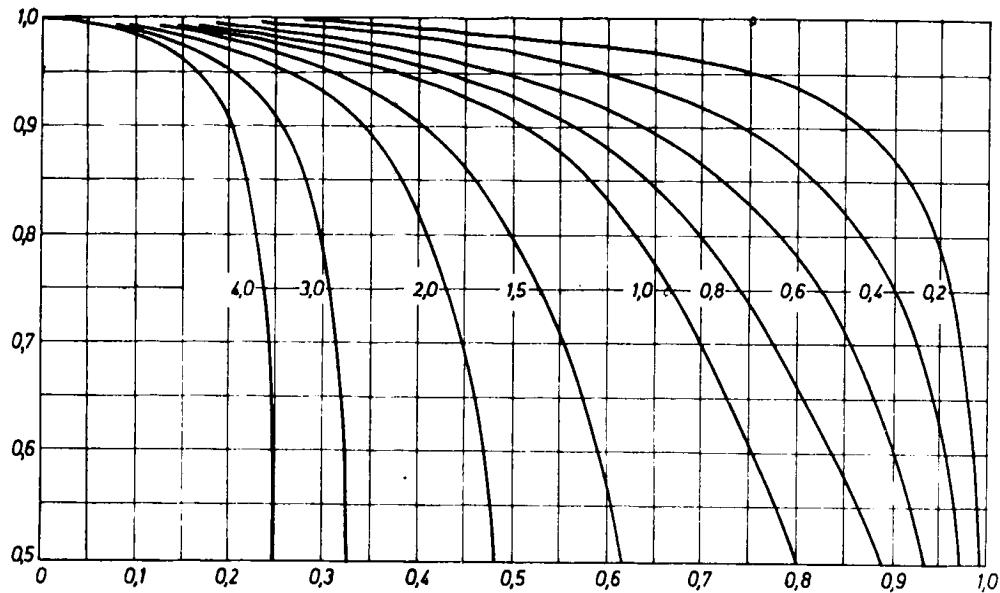
dijagram 5: korektivni faktor $F=f(P, R)$ za 1-2 (1-4, 1-6 itd.) razmenjiva~ topote



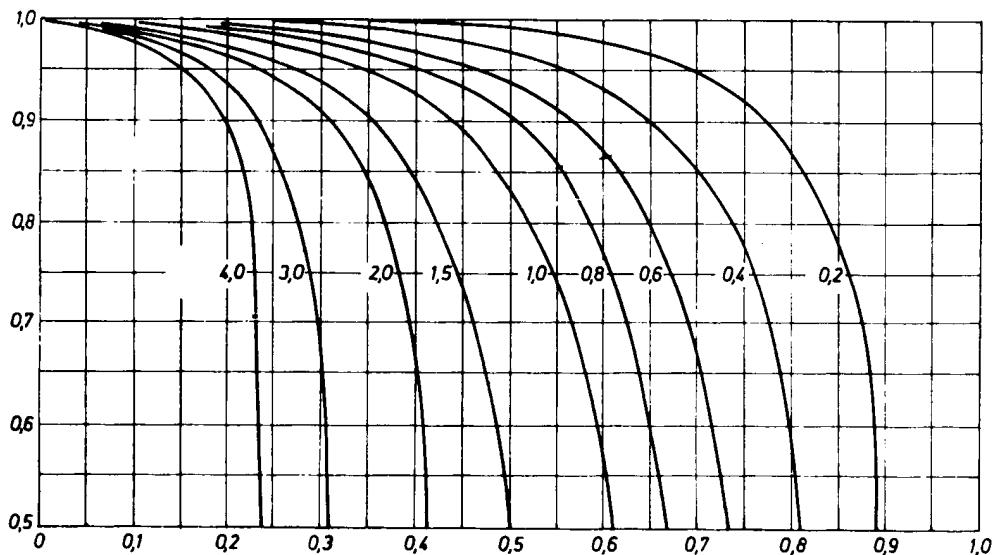
dijagram 6: korektivni faktor $F=f(P, R)$ za 2-4 (2-8, 2-12 itd.) razmenjiva~ topote



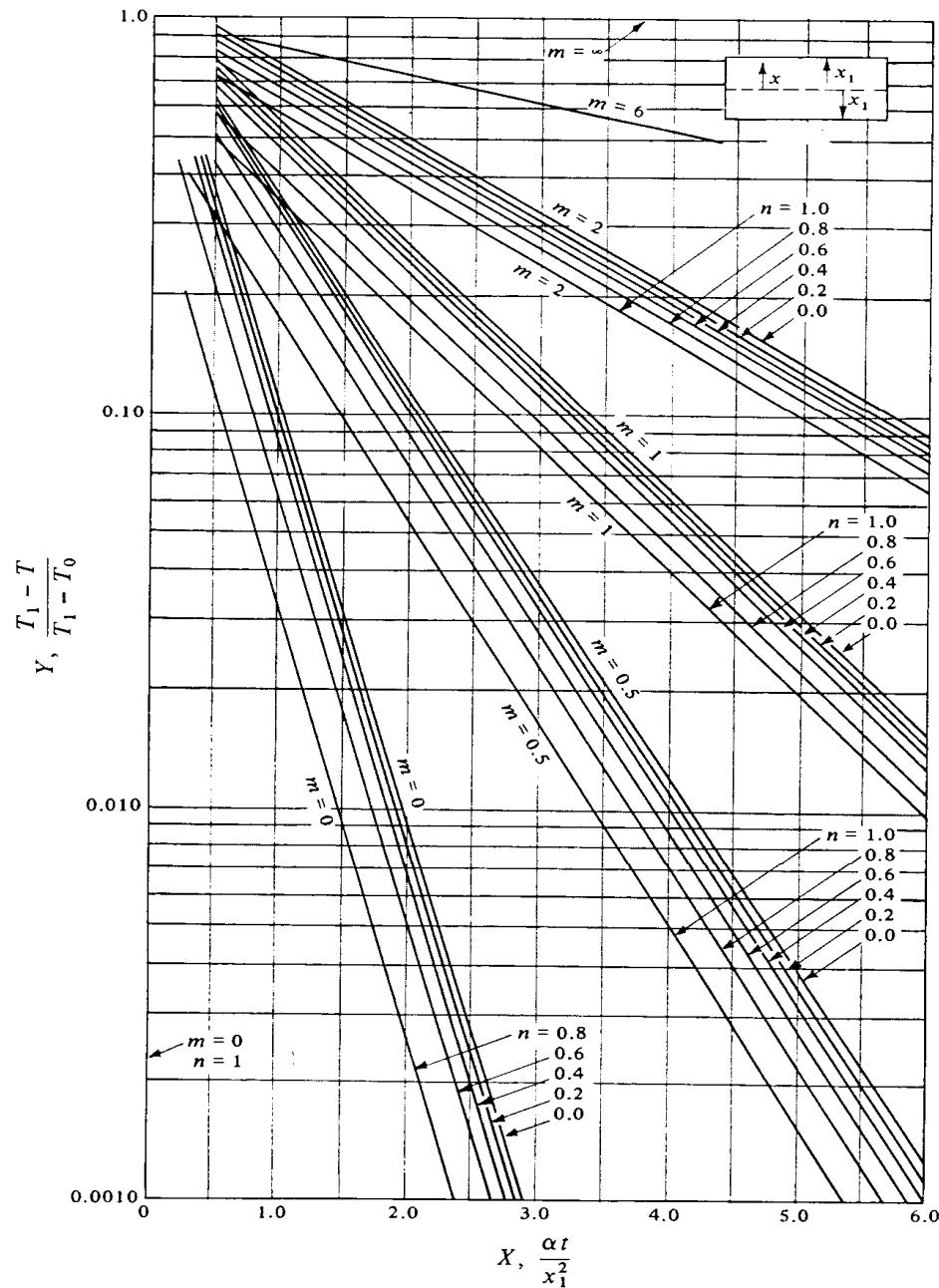
dijagram 7: korektivni faktor $F=f(P, R)$ za unakrsni tok (nijedan fluid se ne me{a})



dijagram 8: korektivni faktor $F=f(P, R)$ za unakrsni tok (jedan od fluida se me{a})

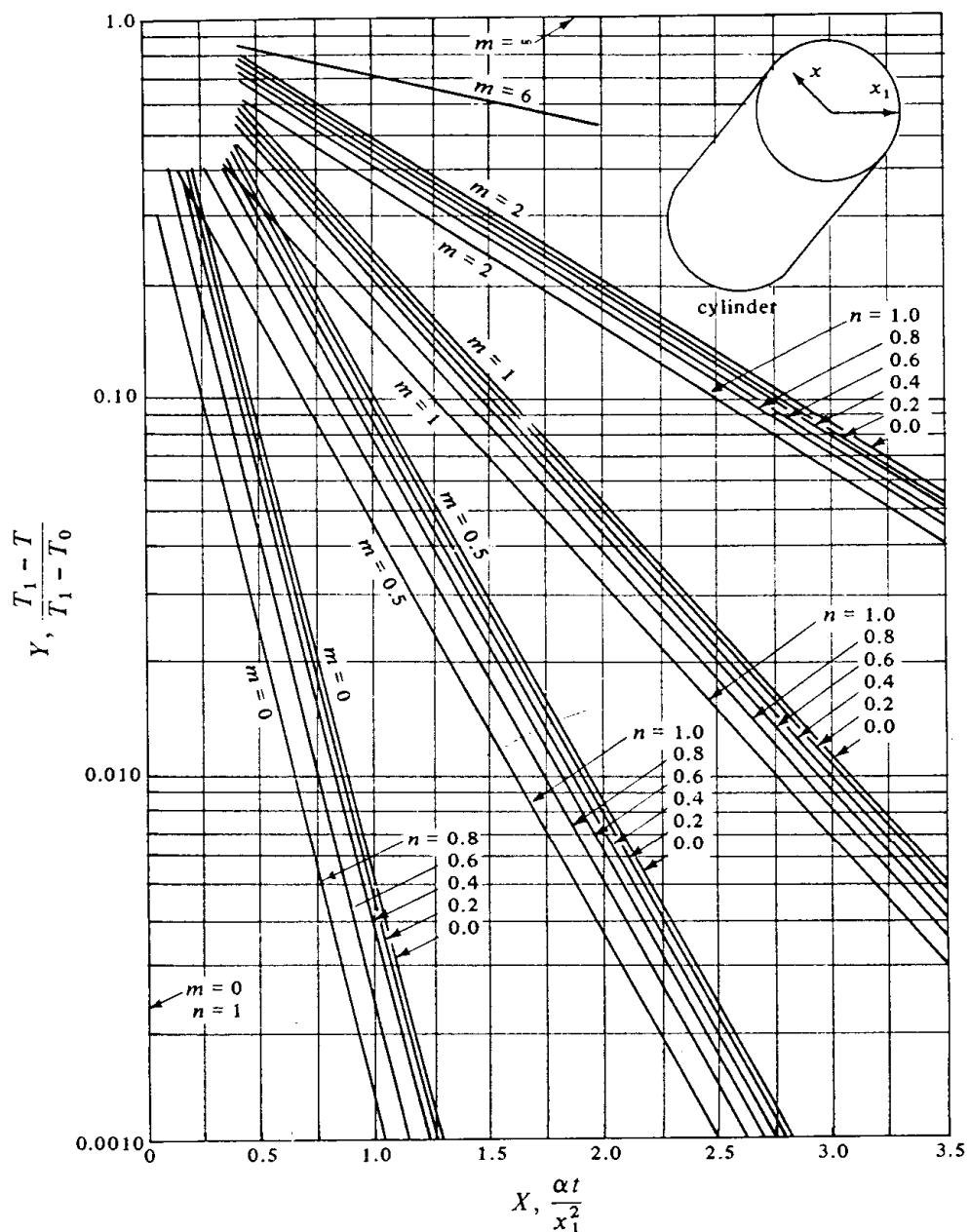


dijagram 9: Gurney-Lurnie dijagram za ravnu plo~u



TOPLITNE OPERACIJE

dijagram 10: Gurney-Lurnie dijagram za cilindar



dijagram 11: Gurney-Lurnie dijagram za sferu (kuglu)

